سایت اختصاصی
مهندسی کنترل

https://controlengineers.ir

https://t.me/controlengineers

https://www.instagram.com/controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(به نام خدا)

کنترل تطبیقی

Adaptive Control

استاد: دکتر مهرداد بابازاده

۹۷/۶/

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

سیستم های کنترل تطبیقی

دکتر مهرداد بابازاده

* مرجع: کتاب سیستم های کنترل تطبیقی ← نویسنده آقای آستروم

فصول درس کنترل تطبیقی (۱و۲و۳و۴و۵) ← فصل ۲ حذف است.

- پیش نیاز: { ۱- کنترل خطی
۲- کنترل دیجیتال

ترکیب نمره نهایی: حضور منظم + جواب سوالات (فعالیت کلاسی) + شبیه سازی ها و تکالیف بین جلسات + پروژه کنترل تطبیقی + امتحان پایانی

* فصل اول: آشنایی با کنترل تطبیقی

* فصل سوم: رگولاتورهای خود تنظیم — Self-tunning Regulators — قطعی

* فصل چهارم: رگولاتورهای خود تنظیم — self-tunning Regulators — اتفاقی

* فصل پنجم: سیستم های تطبیقی مدل مرجع

آکادمیک ← لینک های مفید ← www.greenpowercontrol.com

← کنترل تطبیقی

controlengineers.ir

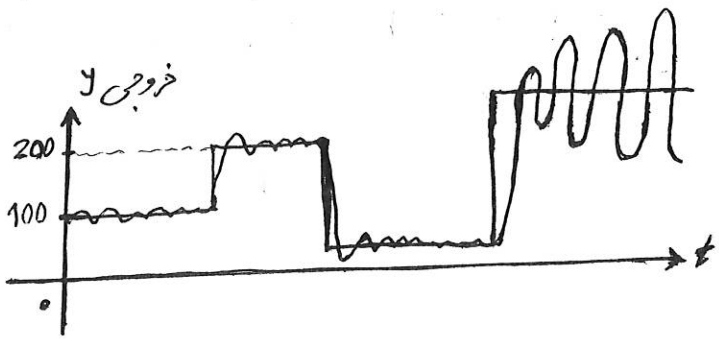
اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- فصل اول : آشنایی با کنترل تطبیقی (جلسهٔ اول)

- از کشف کنترل تطبیقی الان ۶۰-۷۰ سال می گذرد.

- در کنترل یک موتور، مطلوب است که سیستم در نقطهٔ کار فعالیت کند اما نگهداشتن سیستم در نقطهٔ کار دشوار است.

مثلاً در یک کنترل کنندهٔ PI داریم:



- سه دلیل برای استفاده از کنترل تطبیقی:

۱- غیرخطی بودن

۲- متغیر بازمان بودن:
- سیستم
- کنترل کننده
- سنسورها و محرک ها (actuators)
- سایر تجهیزات
- اغتشاشات و نویز

۳- درخواست مشخصه عملکرد خوب در حضور پارامترهای فوق

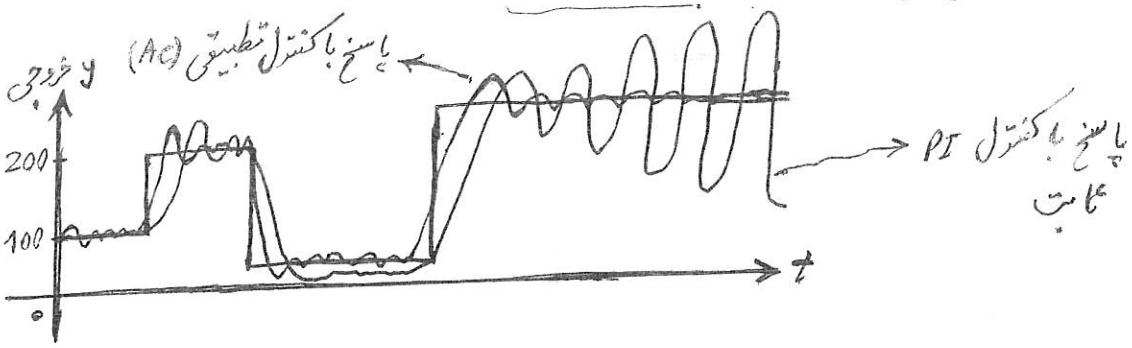
- در کنترل مقاوم: یک کنترل کنندهٔ ثابت طراحی می شود تا Performance یا مشخصهٔ عملکرد نسبی قابل قبولی ایجاد کند و سیستم ناپایدار نشود.

- در کنترل تطبیقی: کنترل کننده تغییر می کند تا با تغییرات سیستم مشخصهٔ عملکرد مناسب و دقیقی ارائه دهد.

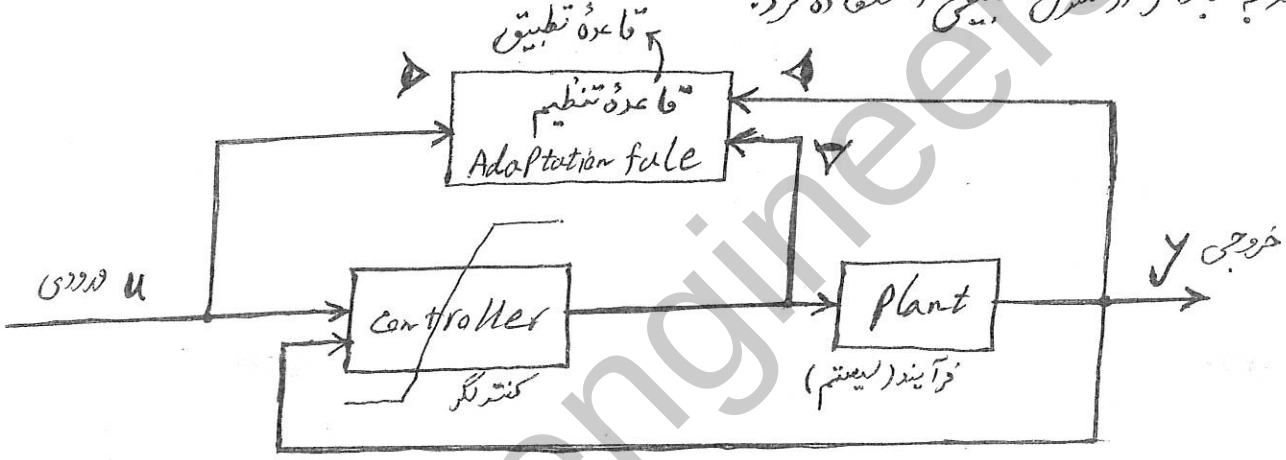
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

* تذکر: کنترل تطبیقی یک روش کنترلی Real time می باشد.



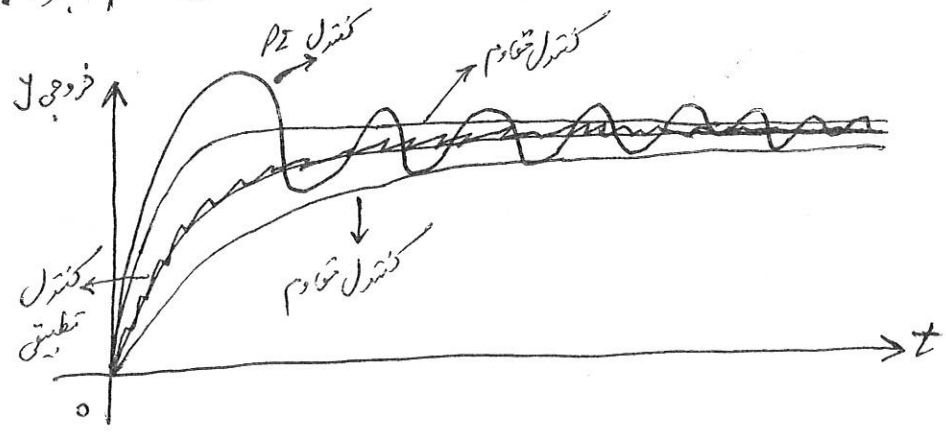
- بطور کلی کنترل تطبیقی از کنترل مقاوم پیچیده تر است و نمی توان برای سیستم های پیچیده و درجهٔ بالاتر از کنترل تطبیقی استفاده کرد.



(فلوچارت کلی سیستم کنترل تطبیقی)

- قاعدهٔ تنظیم براساس اطلاعات ریاضی و قانون نوشته شده به نحو مناسبی پارامترهای کنترل کننده را بصورت real-time تغییر می دهد و up date می کند.

* تذکر: اگر بتوانیم مدل قابل قبولی از سیستم بدست آوریم، کنترل تطبیقی از کنترل مقاوم بهتر است.



controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

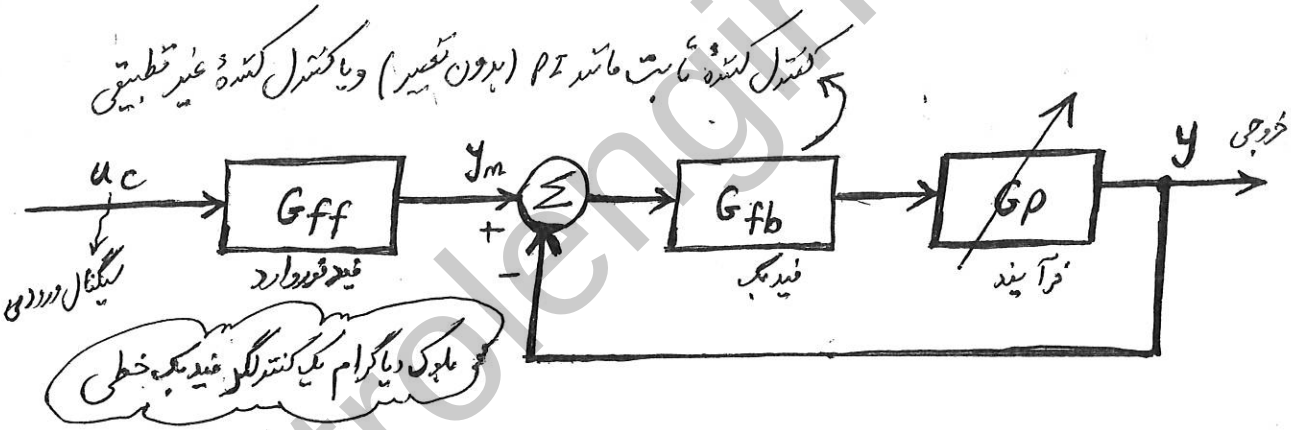
- در مقایسه کنترل کننده های پیشرفته مختلف با کنترل کننده های مرسوم (مثلاً PI)، باید مورد مقایسه با بهترین نوع آن مدنظر قرار گیرد.

for example: Adaptive with ~~PI~~ → the best PI

- سیستم تطبیقی با تغییرات Plant مقابله می کند. این مقابله در سیستم های کنترل High gain (با بهره زیاد) هم انجام می شود.

روش کنترل بهره بزرگ (High gain)

* **سؤال**: حال باید دید بر روی کنترل تطبیقی (Ac) در کجاست؟ ← (صفحه کتاب)



$$T = \frac{G_p \cdot G_{fb}}{1 + G_p \cdot G_{fb}} = \frac{y}{y_m}$$ ← T: تابع تبدیل حلقه بسته

← بلوک G_{ff}، ملایم کردن شکل سیگنال ورودی u_c را با استفاده از یک فیلتر پایین گذر انجام می دهد.

G_{ff} = فیلتر پایین گذر

- از تابع تبدیل بالا مشتق می گیریم (مشتق نسبت به G_p):

$$\frac{dT}{dG_p} = \frac{G_{fb}[1 + G_p G_{fb}] - G_{fb}[G_p \cdot G_{fb}]}{[1 + G_p \cdot G_{fb}]^2} = \frac{G_{fb}}{[1 + G_p G_{fb}]^2}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\frac{dT}{dG_p} = \frac{G_{fb}\cdot G_p}{G_p[1+G_pG_{fb}]^2} \longrightarrow \frac{dT}{dG_p} = \frac{T}{[1+G_p\cdot G_{fb}]\,G_p}$$

مشتق نسبت به T

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{dT}{T} = \frac{1}{1+G_pG_{fb}}\cdot\frac{dG_p}{G_p}}$$

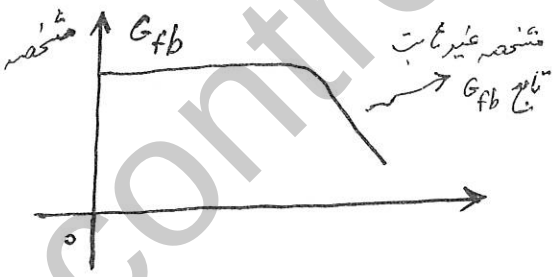
$$\Longrightarrow \boxed{\frac{dT}{T} = \frac{1}{1+L}\cdot\frac{dG_p}{G_p}}$$

حساسیت سیستم حلقه بسته نسبت به تغییرات Plant :

تابع تبدیل حلقه باز با حضور کنترل کننده : $\boxed{L = G_{fb}\cdot G_p}$

حساسیت نسبت به تغییرات تابع تبدیل Plant

- اگر L را زیاد (بی نهایت) در نظر بگیریم ؛ حساسیت به سمت صفر می رود. امّا مشکل اینجاست که توابع G_{fb} برحسب فرکانس می باشد و نمی توانیم آنها را بطور دلخواه تغییر دهیم. ← به دلیل مشخصهٔ غیر ثابت در حوزهٔ فرکانس ما نمی توانیم بطور دلخواه تابع G_{fb} را تغییر دهیم.



controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ دوم)

(تابع تبدیل حلقه-باز) تابع تبدیل Plant

$$G_0(s) = \frac{1}{(s+1)(s+a)}$$

(مثال ۱-۱- صفحه کتاب)

* **مثال ①**: می خواهیم plant روبرو را کنترل کنیم:

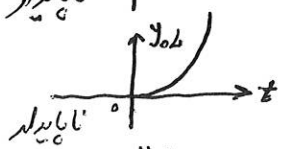
پارامتر متغیر a می باشد.

$$\text{تغییرات پارامتر } a = \begin{cases} 0{,}01 \\ 0 \\ -0{,}01 \end{cases}$$

- یک تغییر مثل تغییر دما یا مقاومت می تواند موجب تغییر جزئی در مقدار a شود.

پاسخ حلقه باز ورودی پله y_{ol}

اگر $a = 0$ سیستم تبدیل به انتگرالگیر خالص می شود. ← ناپایدار

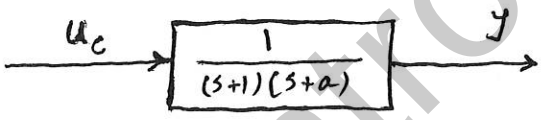


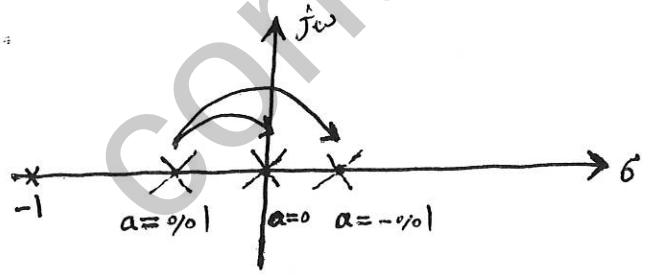
اگر $a = -0{,}01$ سیستم حاوی قطب ناپایدار است. ← ناپایدار

اگر $a = +0{,}01$ سیستم حاوی قطب پایدار است. ← پایدار

- دلیل تغییر پارامتر a می تواند تغییرات مشخصات محیطی (دما، رطوبت، فشار و ...) و یا سوئیچینگ باشد.

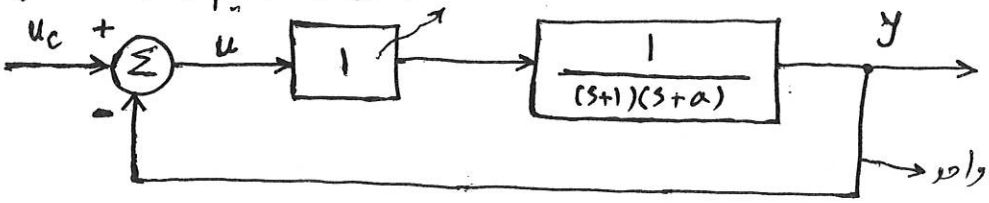
(سیستم حلقه باز)





انگار کنترل کننده نگذاشتیم (چون بهره ۱ هست)

(سیستم حلقه بسته)



تابع تبدیل حلقه بسته: $T = \frac{Y(s)}{U_c(s)} = \frac{\frac{1}{(s+1)(s+a)}}{1 + \frac{1}{(s+1)(s+a)}} = \frac{1}{(s+1)(s+a)+1}$

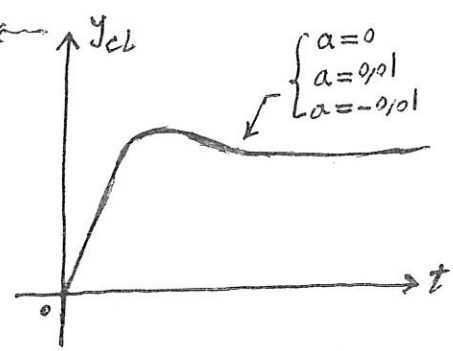
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

تابع تبدیل حلقه بسته : $T = \dfrac{1}{(s+1)(s+a)+1} = \dfrac{1}{s^2+(1+a)s+(1+a)}$

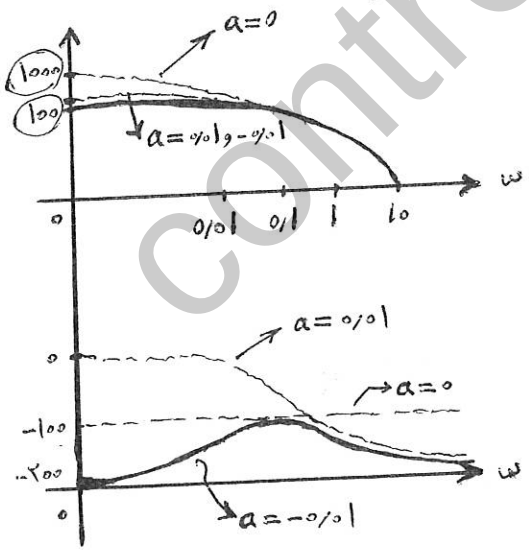
چون $|a| \ll 1$ ← پس تأثیر a روی چند جمله‌ای مشخصه حلقه بسته ناچیز است.

← پاسخ حلقه بسته به ورودی پله



* $\boxed{\text{نتیجه}}$: تغییر پارامتر a سیستم، تأثیری زیادی بر روی رفتار حلقه باز سیستم دارد؛ در حالیکه در سیستم حلقه بسته روی رفتار سیستم تقریباً بی‌تأثیر است. در نتیجه سیستم حلقه بسته قادر به کنترل Plant با حضور تغییر فرآیند شده است. پس نیازی به استفاده از کنترل تطبیقی که به هدف رویارویی با تغییرات فرآیند طراحی می‌شود، نخواهد بود.

۱- رسم دیاگرام بُد برای سیستم حلقه باز: ← شکل ۱-۵ ص ۷ کتاب



(مشخصه اندازه)

(مشخصهٔ فاز)

→ نمودارهای بُد سیستم‌های حلقه-باز در فرکانسهای پائین متفاوت است امّا در فرکانسهای بالا کاملاً یکسان اند.

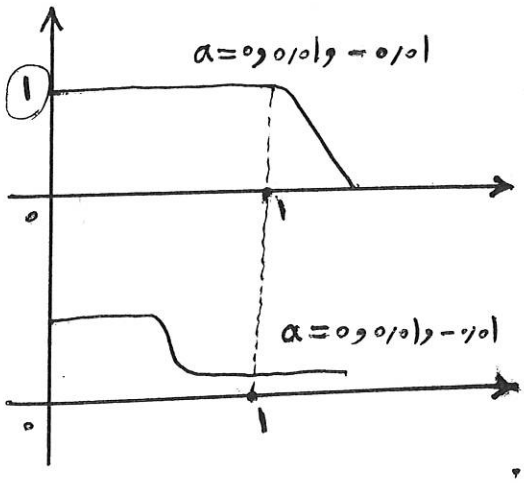
- چطور در نمودار مشخصهٔ اندازه، خطِ $a=0$ و خطِ $a=0/01$ و $-0/01$ را به هم نزدیک کنیم؟

برای این منظور scale را کوچک می‌کنیم و محور را در 0/01 ضرب می‌کنیم. تفاوت نقطهٔ شروع دو خط الان ۹۰۰ واحد است امّا اگر کوچک بشوند، به ۱ نزدیک می‌شوند و تفاوتشان کم می‌شود.

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

این رفتاری است که سیستم حلقه بسته انجام می دهد. (در واقع با ضرب شدن عدد کوچک در بهره های بزرگ، بهره ها کوچک و به هم نزدیک می شوند.)

۲- رسم دیاگرام بُد برای سیستم حلقه بسته: ← شکل ۱-۵ صـ۷ کتاب



- پهنای باند نمودار مشخصهٔ اندازه بزرگ انتخاب شده است.

- سیستم حلقه بسته با کوچکترین بهره در نمودار مربوطه $a=0$ و $a=0/1$ و $a=1$ را در کنار هم انداخت.

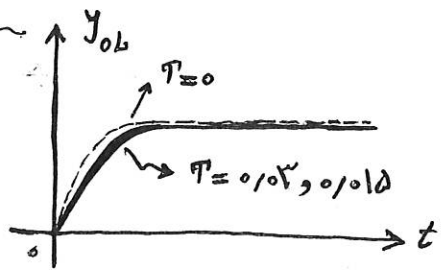
* **مثال ②**: (مثال برای حالتی که با سیستم کنترل با ساختار ثابت، نمی توانند مشخصه عملکرد خوبی بدست آورند) می خواهیم Plant با تابع تبدیل زیر را کنترل کنیم؛ پارامتر متغیر T می باشد. ← (مثال ۱-۲- صـ۸ کتاب)

تابع تبدیل Plant (تابع تبدیل حلقه باز):

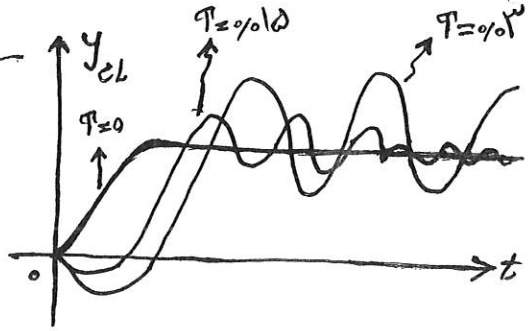
$$G_0(s)=\frac{۴۰۰(1-۳۰s)}{(s+1)(s+۲۰)(1+۳۰s)}$$

→ تغییرات پارامتر T = $\begin{cases}0/03\\0/015\\0\end{cases}$

پاسخ پله حلقه باز ←



پاسخ پله حلقه بسته ←



پاسخ حلقه بسته خراب شد. ✗

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- در مثال فوق با حلقه بسته کردن سیستم، تغییرات پارامتر T را در نمودار اندازه بزرگتر کردیم. این باعث می شود که سیستم دچار نوسان شود. (در نمودار مکان هندسی شکل صفحه قبل)

- گرچه سیستم حلقه باز پایدار است، ولی سیستم حلقه بسته با بهره K قادر به کنترل با مشخصه عملکرد خوب در حضور تغییرات پارامتر نیست. گرچه می توان با گذاشتن کنترل کننده با تابع تبدیل مناسب به بهبود مشخصه فرکانسی سیستم حلقه بسته دست یافت، ولی به دلیل محدودیت های فراوان این نوع کنترل کننده، می توان کنترل کننده تطبیقی را جایگزین این روش نمود.

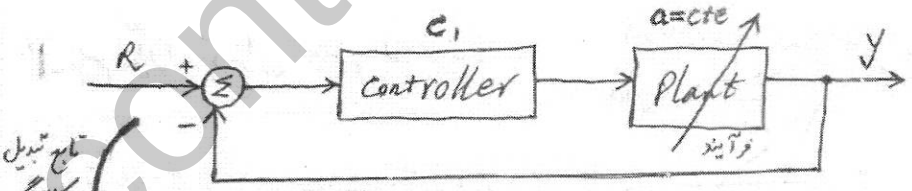
(جلسه سوم)

- کنترل تطبیقی از روش های کنترل مدرن یا پیشرفته به حساب می آید.

- در کنترل تطبیقی با تغییر پارامترهای سیستم سروکار داریم. در کنترل تطبیقی Plant ما متغیر است. (فرآیند)

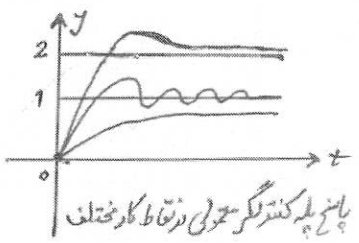
- در کنترل های معمولی (مانند PI) اگر Plant تغییر کند، پاسخ مناسبی نمی گیریم اما کنترل تطبیقی این مشکل را رفع می کند. (فرآیند)

- بلوک دیاگرام کنترل کننده معمولی (مانند PI و PID):



$\frac{K}{\tau s + a} \Rightarrow (c_1) \Rightarrow a = cte$ (ثابت)

a همواره ثابت است، (یا اینکه مقدار ثابت a پاسخ مناسب دارد.)

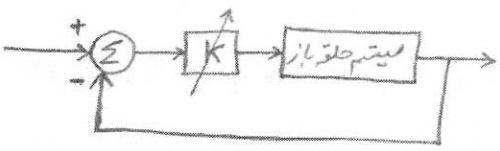


پاسخ پله کنترلگر معمولی در نقاط کار مختلف

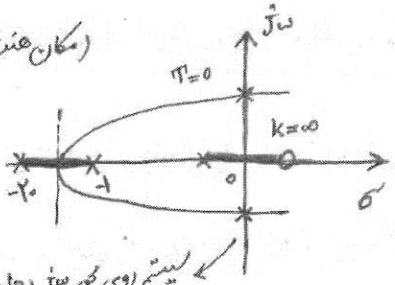
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- در مثال فوق، مکان هندسی سیستم حلقه بسته، با وجود سیستم حلقه باز، به ازای تغییرات K چگونه می باشد؟



(مکان هندسی)



سیستم روی محور jω دچار نوسان می شود

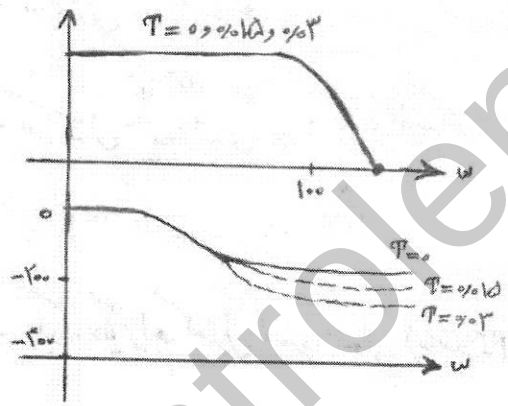
← دلیل ناپایداری سیستم حلقه بسته اینست که k از صفر تا بی نهایت افزایش می یابد.

برای رسم مکان هندسی با استفاده از دستور متلب داریم:

```
n = [-۲  1] x۴۰۰
d = [ضرایب چند جمله ای مخرج]
rlocus (n, d)
```

۱- رسم دیاگرام بُد برای سیستم حلقه باز: ← شکل ۱-۷- صفحه کتاب

در سیستم حلقه باز همه نمودار های بُد اندازه روی هم افتاده است.

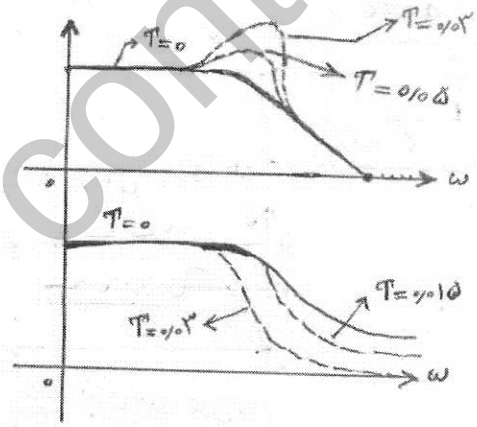


(مشخصه اندازه)

(مشخصه فاز)

۲- رسم دیاگرام بُد برای سیستم حلقه بسته:

در سیستم حلقه بسته در فرکانس قطع بین نمودار های اندازه بُد تغییرات قابل ملاحظه ای وجود دارد.



(مشخصه اندازه)

(مشخصه فاز)

controlengineers.ir

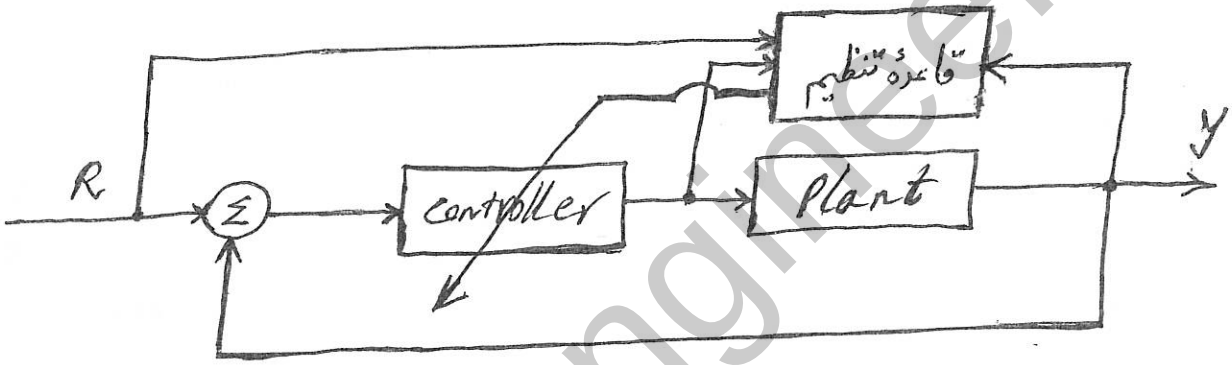
اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- به ازای نقاط کار مختلف کنترل کننده پاسخ مناسبی ندارد و برای رفع این مشکل از کنترل مقاوم یا تطبیقی استفاده می کنیم.

$$\frac{k}{Ts+a} \Rightarrow \begin{cases} C_2 \xrightarrow{\text{Robust}} 0<a<10 \text{ در بازهٔ} \\ C_3 \xrightarrow{\text{Adaptive}} \text{به ازای تمام مقادیر } a \text{ پاسخ مناسب دارد.} \end{cases}$$

a ↓ متغیر است.

- بلوک دیاگرام کنترل کنندهٔ تطبیقی در حالت کلی:



رویکرد طراحی کنترل کنندهٔ تطبیقی:
۱- براساس تغییرات Plant (تغییرات فرآیند)
۲- براساس تغییرات اغتشاش

- کنترل کنندهٔ تطبیقی جزء کنترل کننده های غیرخطی می باشد.

- کنترل کنندهٔ تطبیقی برای سیستم های مرتبهٔ اول و دوم مناسب می باشد اما برای سیستم های مرتبهٔ بالاتر زیاد مناسب نمی باشد.

- انواع سیستم های کنترل:
۱- سیستم های ردیابی (tracking)
۲- سیستم های تنظیم کننده (regulator)
← ورودی صفر است و بجای آن اغتشاش وارد می شود.

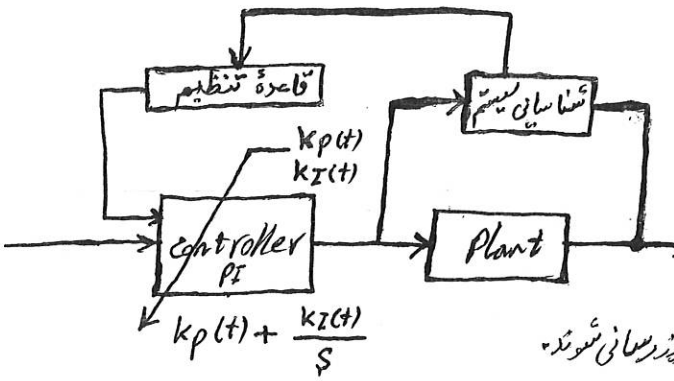
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

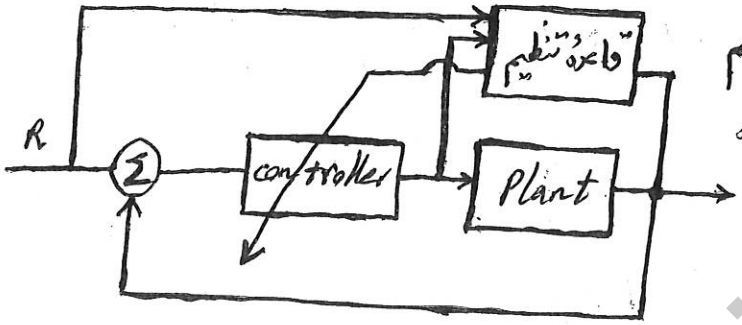
- در tracking تمرکز روی دنبال کردن ورودی است و در regulator تمرکز روی حذف اغتشاش است.

انواع کنترل تطبیقی (صفحه ۱۱۰ کتاب)

۱- روش غیر مستقیم: پارامترهای کنترل کننده بطور غیر مستقیم و از طریق تخمین مدل پروسه بدست می‌آیند.

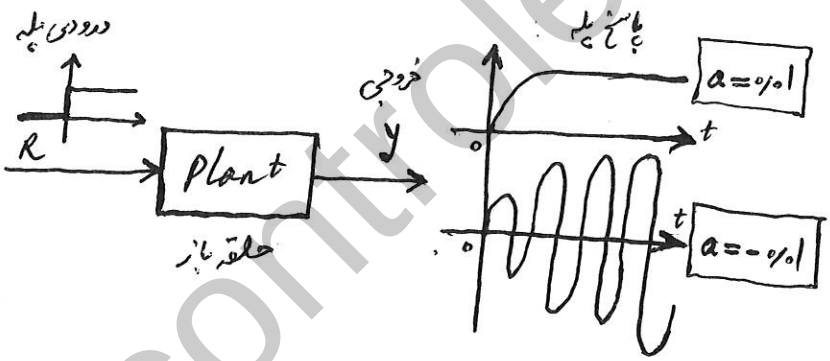


۲- روش مستقیم: پارامترهای کنترل کننده مستقیماً قابل تخمین باشند.



(مثال ۱-۱- صفحه کتاب)

* **مثال ①**: (سیستم حلقه باز): پارامترهای حلقه باز تغییر زیادی داشتند:



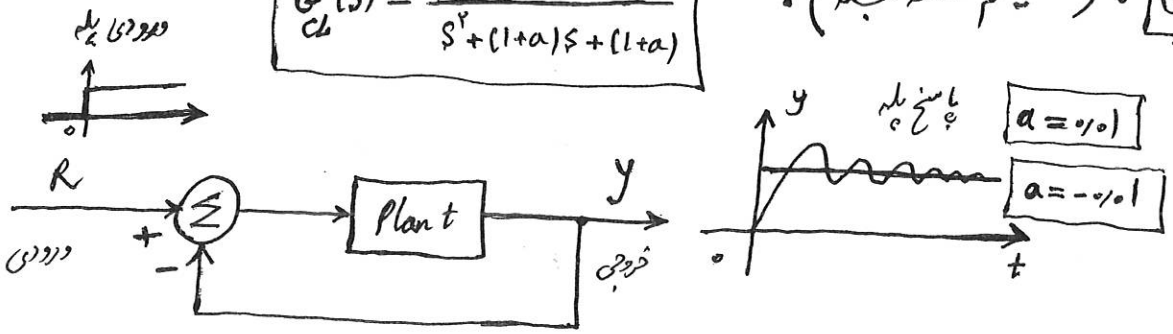
$$G_{cl}(s) = \frac{1}{(s+1)(s+a)}$$

راه حل: با اعمال سیستم حلقه بسته، بسیار ساده، تغییرات پارامتر در خروجی دیده نمی‌شود.

(مثال ۱-۱- کتاب)

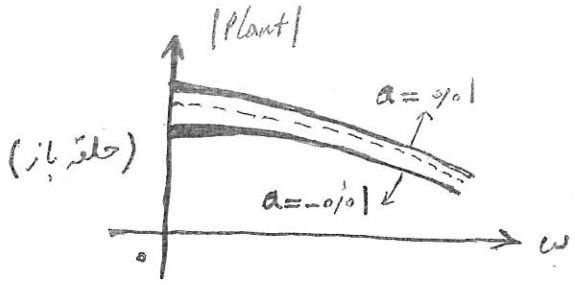
* **مثال ②**: (سیستم حلقه بسته):

$$G_{cl}(s) = \frac{1}{s^2 + (1+a)s + (1+a)}$$

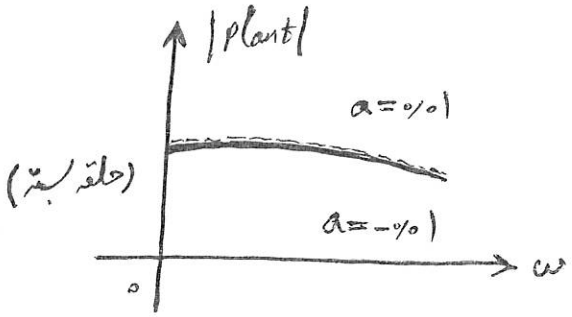


controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers



نمودار بود مثال ①



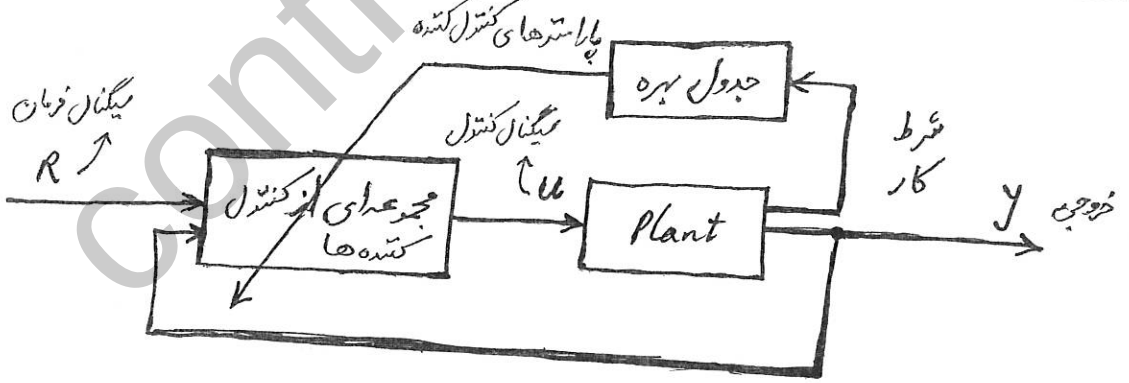
نمودار بود مثال ②

- روش های مقابله با تغییرات پارامترها :

۱- روش High gain (روش گین بزرگ) در برخی موارد می تواند راه حل مقابله با تغییرات پارامترها باشد.

۲- روش حلقه بسته در برخی موارد می تواند راه حل مقابله با تغییرات پارامترها باشد.

- روش جدول بندی بهره (Gain scheduling) : ص ۲۱ و ۲۲ کتاب



* **مثال** : معیار فشار هوا روی هواپیما (P)

تابع تبدیل کنترلگر

P_3 ——— $G_3 = \frac{k_3}{\tau_3 s+1} \xrightarrow{\text{〃 〃}} G_{c_3}(s) = k_{P_3} + \frac{k_{I_3}}{s}$

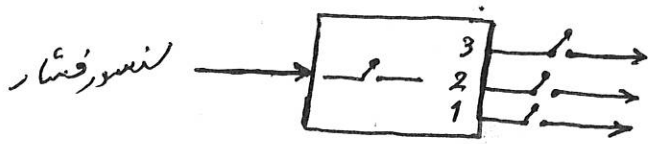
P_2 ——— $G_2 = \frac{k_2}{\tau_2 s+1} \xrightarrow{\text{〃 〃}} G_{c_2}(s) = k_{P_2} + \frac{k_{I_2}}{s}$

P_1 ——— $G_1 = \frac{k_1}{\tau_1 s+1} \xrightarrow[\text{مثلاً PI}]{\text{طراحی کنترل کننده}} G_{c_1}(s) = k_{P_1} + \frac{k_{I_1}}{s}$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

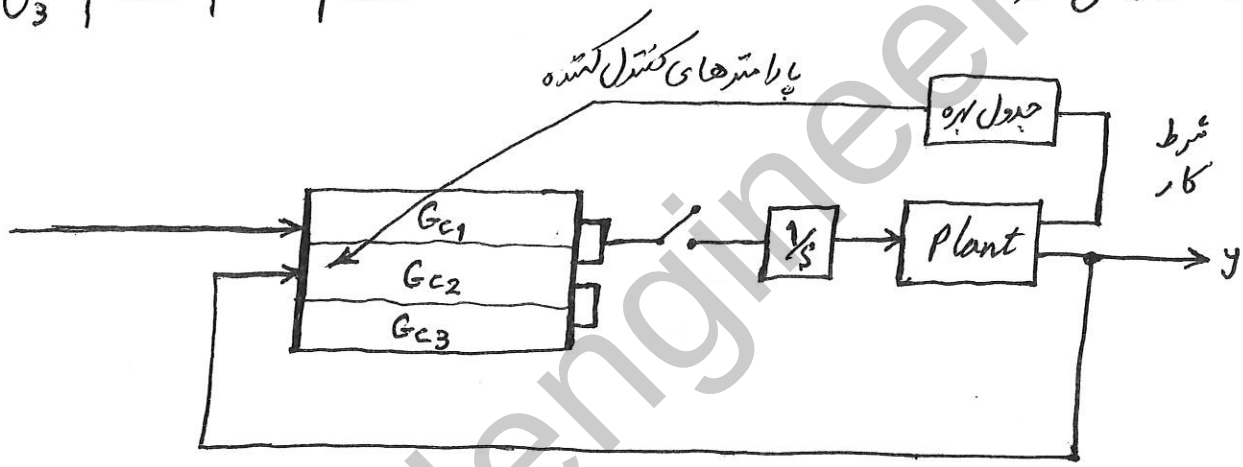
P_1	$G_{c_1}(s)$
P_2	$G_{c_2}(s)$
P_3	$G_{c_3}(s)$



جدول بهره در عمل می تواند چند بُعدی باشد و پارامترهای اندازه گیری مختلفی را شامل می شود.

	P_1	P_2	P_3
U_1	G_{c_1}	G_{c_2}	G_{c_3}
U_2	G_{c_4}	—	—
U_3	—	—	—

- برای جلوگیری از اثرات ناگهانی پرش بین کنترل کننده ها از روش Bumpless transfer استفاده می کنند.



هدف از Bumpless transfer : اینست که سیگنال کنترل در لحظه تغییر کنترل کننده تغییر ناگهانی نکند.

Plant

- روش جدول بندی بهره : این روش بر اساس اندازه گیری بهرهٔ فرآیند و سپس تغییر پارامترهای کنترل کننده (جدول بهره) برای جبران تغییرات بهرهٔ فرآیند استوار است.

- روش جدول بندی بهره را مطابق تعریف سیستم تطبیقی (که کنترل کننده ای با پارامترهای قابل تنظیم همراه با مکانیزم تنظیم است.) می توان یک سیستم تطبیقی در نظر گرفت.

controlengineers.ir

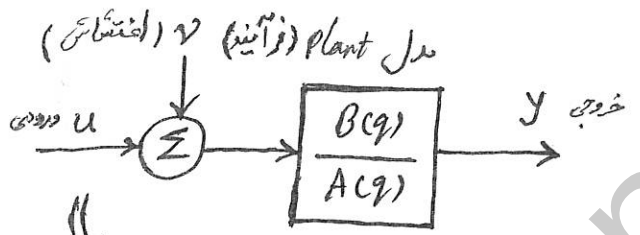
اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

فصل سوم : رگولاتورهای خودتنظیم قطعی (Self-tunning Regulator (STR))

— طراحی سیستم‌های کنترل کارهای زیادی مانند: مدلسازی، طراحی قانون کنترل، پیاده سازی و تعیین اعتبار را در بر دارد. رگولاتور خودتنظیم (STR) سعی بر خودکار کردن تعدادی از این کارها دارد.

دو روش اصلی کنترل تطبیقی:
1- رگولاتور خودتنظیم (STR)
2- مدل مرجع (MRAS یا MRAC)
(ص ۱۱۲ کتاب)

— فرض اولیهٔ روش STR : مدل سیستم تحت کنترل معلوم است. (یا از قبل معلوم است یا در شناسایی real-time معلوم است.) در این روش مدل بطور real-time تخمین زده می‌شود.



$$A(q)\,y(t) = B(q)\,[u(t) + v(t)]$$

u : سیگنال کنترل

v : اغتشاش مدل شده در ورودی

B(q) : چندجمله‌ای صورت در حوزهٔ گسسته

A(q) : چندجمله‌ای مخرج در حوزهٔ گسسته

$$B^\circ(q) \leqslant A^\circ(q)$$ ← درجه

چندجمله‌ای تکین ↑

$$A(q) = q^n + a_1 q^{n-1} + \cdots + a_n$$

$$B(q) = q^d \cdot [b_0 q^m + b_1 q^{m-1} + \cdots + b_m] \longrightarrow \text{(} q \text{ اپراتور شیفت)}$$

درجه و چندجمله‌ایها: $A^\circ = n$, $B^\circ = m + d$ $\Longrightarrow$ $\boxed{A^\circ - B^\circ = d}$ ⟶ تأخیر خروجی سیستم نسبت به ورودی

* **مثال** : تبدیل اپراتور شیفت به اپراتور تأخیر (q^{-1}):

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{q+1} = \frac{y}{u}$$

$$\frac{q^{-1}}{1+q^{-1}} = \frac{y}{u} \xrightarrow[\text{در حوزهٔ زمان}]{\text{اپراتور تأخیر}} \begin{cases} y + y(t-1) = u(t-1) \\ y(t) = u(t-1) - y(t-1) = u(t) - y(t) \end{cases}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- تبدیل چند جمله‌ای صورت و مخرج برحسب اپراتور شیفت (q) به اپراتور تأخیر (q^{-1}):

$$\begin{cases} A^*(q^{-1}) = q^{-n} \cdot A(q) \\ B^*(q^{-1}) = q^{-(d+m)} \cdot B(q) \end{cases}$$

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} \cdot \left[u(t) + v(t)\right]$$

$$\boxed{A(q) \cdot y(t) = B(q) \cdot \left[u(t) + v(t)\right]}$$: معادلهٔ مدل سیستم برحسب اپراتور شیفت q (معادلهٔ ①)

$$q^{-n} \cdot A(q) \cdot y(t) = q^{-n} \cdot B(q) \cdot \left[u(t) + v(t)\right]$$

$$\begin{cases} q^{-n} \cdot A(q) \cdot y(t) = q^{-n} \cdot B^*(q^{-1}) \cdot q^{(d+m)} \cdot \left[u(t) + v(t)\right] \\ d_0 = n - (m+d) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow q^{-n} \cdot A(q) \cdot y(t) = q^{-[n-(d+m)]} \cdot B^*(q^{-1}) \left[u(t) + v(t)\right]$$

$$\boxed{A^*(q^{-1}) \cdot y(t) = q^{-d_0} \cdot B^*(q^{-1}) \cdot \left[u(t) + v(t)\right]}$$

تعریف اپراتور تأخیر: $\boxed{q^{-d_0} \cdot u(t) \triangleq u(t-d_0)}$

$$\boxed{A^*(q^{-1}) \cdot y(t) = B^*(q^{-1}) \cdot \left[u(t-d_0) + v(t-d_0)\right]}$$: معادلهٔ مدل سیستم برحسب اپراتور تأخیر q^{-1}

* مثال:

$$\frac{B(q)}{A(q)} = \frac{q^3(q^2+3q+4)}{q^6+7q^5+\dots+8} \longrightarrow d_0 = m - n = 6 - 3 = 3$$

$$\frac{B^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} = \frac{q^{-3} \times [\dots]}{q^{-3} \times [\dots]}$$

controlengineers.ir

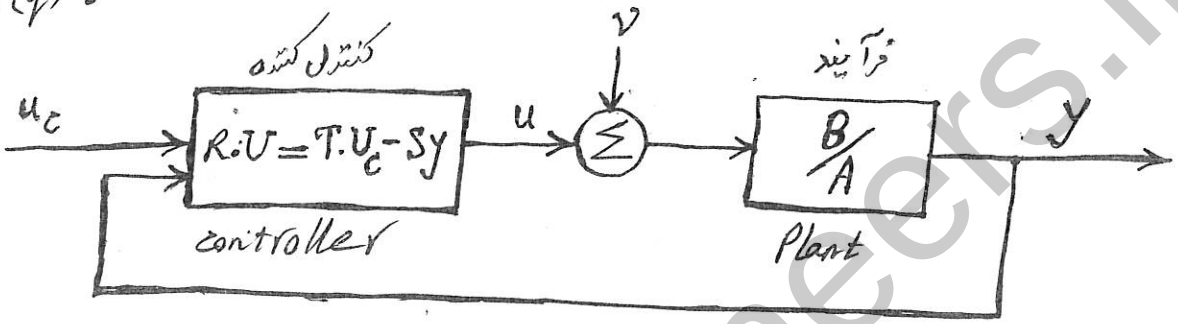
اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- فرم کنترل کننده ای که می خواهیم طراحی کنیم: (شکل کلی کنترل کننده های خطی)

$$R(q)\cdot u(t) = T(q)\cdot u_c(t) - S(q)\cdot y(t)$$ ← (معادلهٔ ۲)

کنترل کنندهٔ ۲ درجه آزادی شامل فیدبک و فیدفوروارد

$R(q)$
$S(q)$
$T(q)$
} چند جمله ای های هدف طراحی:

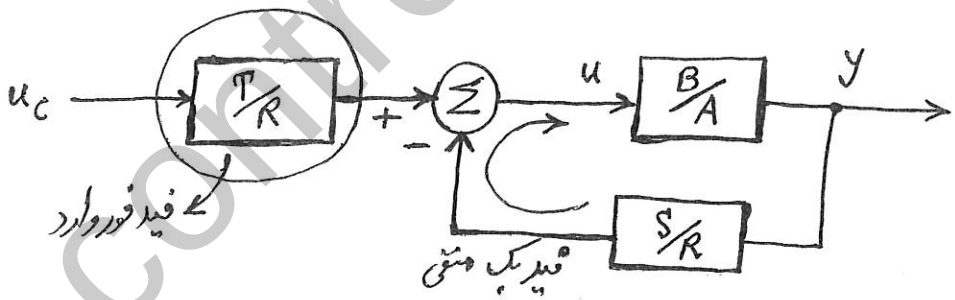


- با حذف $u(t)$ بین معادلات ① و ② خواهیم داشت:

خروجی
$$y(t) = \frac{B.T}{AR+BS}\cdot u_c(t) + \frac{B.R}{AR+BS}\cdot v(t)$$

ورودی
$$u(t) = \frac{A.T}{AR+BS}\cdot u_c(t) - \frac{B.S}{AR+BS}\cdot v(t)$$

قانون کنترل ② را بیانگر فیدبک منفی با عملگر تبدیل $(\frac{S}{R})$ و فیدفوروارد با عملگر تبدیل $(\frac{T}{R})$ است.



- در طراحی یک سیستم کنترل به دنبال این هستیم که سیستم یک رفتار مشخصی را به عنوان الگو دنبال بکند. پس سیستم حلقه بسته و مخرج تابع تبدیل آن باید شبیه سیستم مطلوب باشد.

← یعنی معادلهٔ مشخصه (مخرج تابع تبدیل حلقه بسته) باید شبیه معادلهٔ مشخصهٔ مطلوب باشد.

← یعنی باید R و A و B و S را طراحی کنیم برای رسیدن به $\frac{B_m}{A_m}$ (مدل مرجع).

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

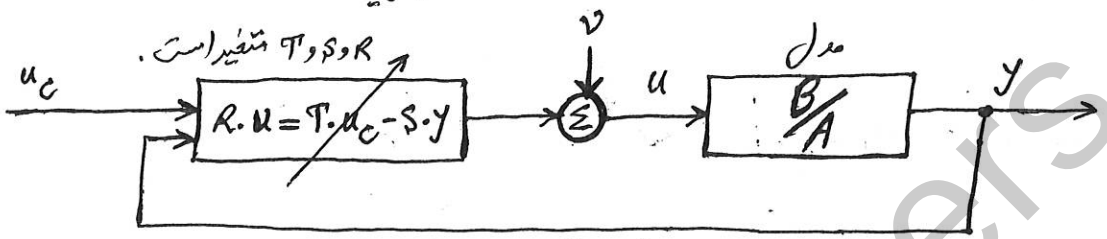
(جلسهٔ چهارم)

– طراحی کنترل کنندهٔ خودتنظیم به روش جایابی قطب های حلقه بسته :

(قانون کنترل) چند جمله ای کنترل کننده خطی :

$$\boxed{R.u(t) = T.u_c(t) - S.y(t)}$$

هدف : طراحی چند جمله‌ای های R و S و T در حوزهٔ گسسته یا پیوسته است.

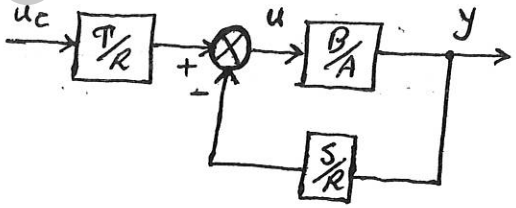


$$y(t) = \frac{B.T}{A.R + B.S}.u_c(t) + \left\{\frac{B.R}{A.R + B.R}.v(t)\right\}$$

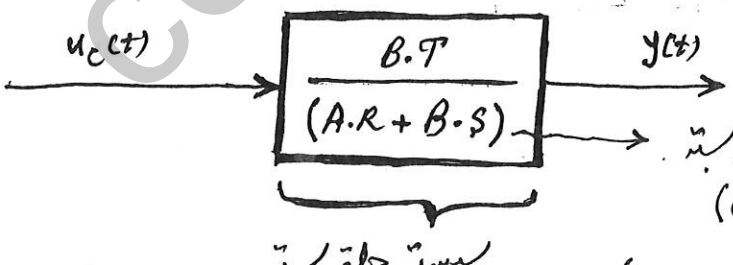
این ترم فعلاً نادیده گرفته می شود.

بلوک دیاگرام

در نهایت :
- T و S و R و درجهٔ : معلوم
- ضرائب چند جمله‌ای : معلوم



هدف طراحی کنترل کننده : رساندن قطب های حلقه بسته به نقاط مورد نظر است.

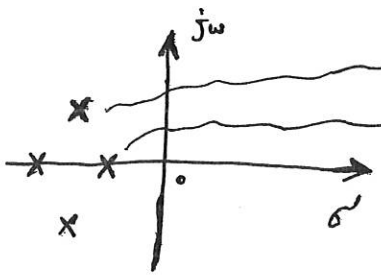


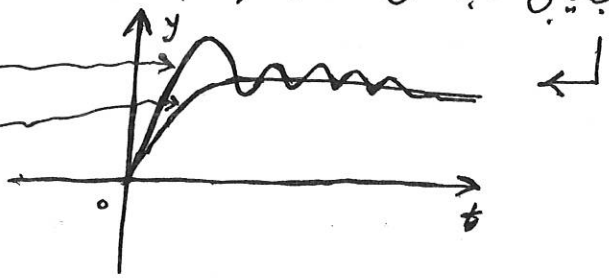
سیستم حلقه بسته

معادلهٔ مشخصهٔ حلقه بسته : $\boxed{A_c = A.R + B.S}$

(معادلهٔ دیوفانتین)

جایابی قطب های حلقه بسته (جایابی قطب ها : R و S)



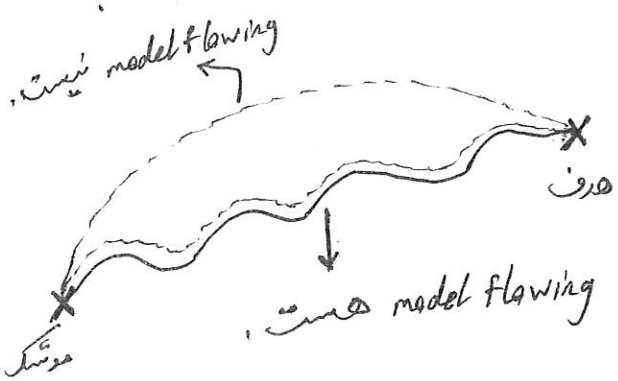


controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- برای تعیین T : شرط تعقیب مدل را به طراحی اضافه می‌کنیم. ← (ص۱۱۴ کتاب)

* **مثال ①** (برای ردیابی مدل model flowing) : مثلاً سیستم ردیابی هدف در موشک



معادلهٔ دیوفانتین $A_c = AR + BS$

تنها چند جمله‌ایهای R و S را تعیین می‌کند.

برای تعیین چند جمله‌ای T، شرط تعقیب مدل را به طراحی اضافه می‌کنیم.

- مثالی برای چند جمله‌ای T :

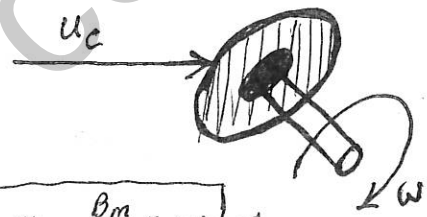
$T : (t_0 q^2 + t_1 q) + t_2$ ← چند جمله‌ای T در شرایط عادی

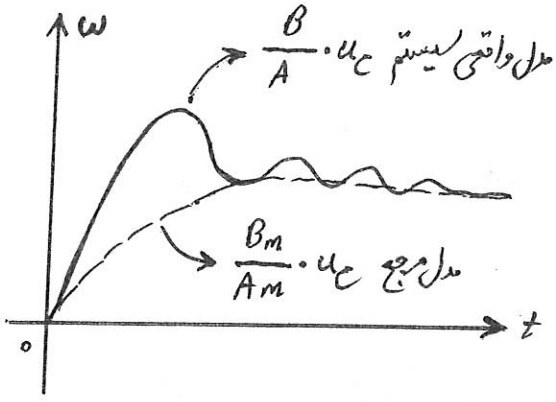
مثال در حالت تعقیب مدل : $\begin{cases} t_0 = 1 \\ t_1 = 5.6 \end{cases}$

مثال در حالت عادی : $\begin{cases} t_0 = \text{دلخواه} \\ t_1 = \text{دلخواه} \end{cases}$

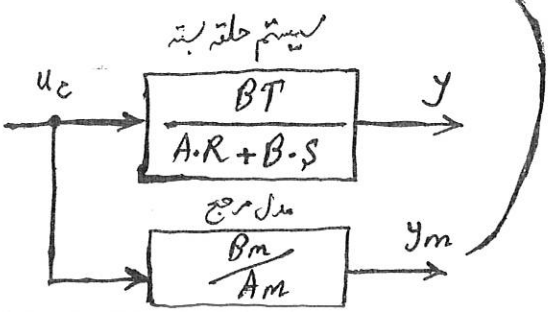
$$\text{مدل مورد نظر (مدل مطلوب یا مدل مرجع)} = \frac{B_m}{A_m}$$

* **مثال ②** : مثلاً در یک سرو موتور داریم :





$$y_m(t) = \frac{B_m}{A_m} u_c(t)$$



- مدل مرجع محدودیت هایی دارد که وابسته به B/A است.

- R و S و T هم به $\frac{B_m}{A_m}$ وابسته خواهد شد.

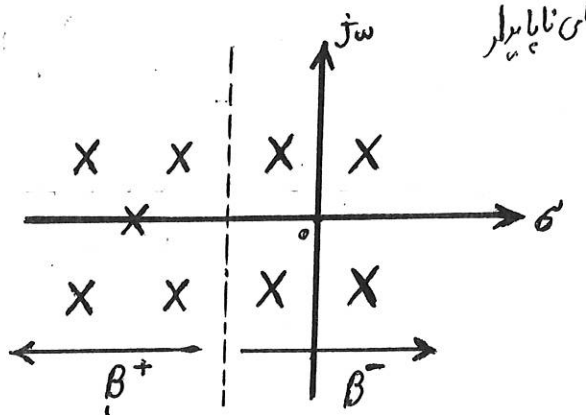
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

B^+ : چند جمله‌ای تکین حاوی ریشه‌های پایدار (صفرهای پایدار)
قابل حذف توسط کنترل کننده

B^- : چند جمله‌ای حاوی ریشه‌های ناپایدار (صفرهای ناپایدار)
احتمالی یا نامیرایی ضعیف و غیرقابل
حذف توسط کنترل کننده

چند جمله‌ای صورت تابع تبدیل سیستم : $B = B^+ \cdot B^-$



می‌توان این ریشه‌ها را با کنترل کننده حذف کرد.

شرط تعقیب - مدل : ← (صفحه ۱۱۴ کتاب)

از بلوک دیاگرام صفحه قبل

$$\frac{BT}{A\cdot R + B\cdot S} = \frac{BT}{A_c} = \frac{B_m}{A_m}$$ ← معادله ①

برای حذف B^+ در صورت باید A_c شامل B^+ باشد.

(رجوع به صفحه ۱۱۵ کتاب) ←

$$\rightarrow \frac{B^+ \cdot B^- \cdot T}{A_c} = \frac{B_m}{A_m}$$

چند جمله‌ای صورت مدل مرجع : $B_m = B^- \cdot B'_m$

چند جمله‌ای روئینگر : $A_c = A_o \cdot A_m \cdot B^+$

معادله دیوفانتین (معادله مشخصه حلقه بسته) : $A_c = AR + BS$

$$\rightarrow A\cdot R + B^+ \cdot B^- \cdot S = A_o \cdot A_m \cdot B^+$$

$$\rightarrow A\cdot R' \cdot B^+ + B^+ \cdot B^- \cdot S = A_o A_m B^+$$: معادله ②

$$\rightarrow A\cdot R' + B^- \cdot S = A_o A_m = A'_c$$: معادله دیوفانتین جدید

از معادله ② $\Rightarrow$ $R = R' \cdot B^+$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

① از معادلهٔ $\frac{BT}{A_c} = \frac{B_m}{A_m} \Rightarrow \frac{B^+ \cdot B' \cdot T}{A_0 A_m B^+} = \frac{B_m \cdot B'}{A_m} \Rightarrow \boxed{T = A_0 \cdot B_m}$

با داشتن دو تابع تبدیل S/R و T/R درکنترل کننده $\longrightarrow$ $\boxed{\begin{matrix} S^\circ \leqslant R^\circ \\ T^\circ \leqslant R^\circ \end{matrix}}$ شرط علّی بودن کنترل کننده (ص ۱۱۵ کتاب)

معادلهٔ دیوفانتین: $\boxed{A_c = A \cdot R + B \cdot S} \longrightarrow R^\circ = ?$

درجهٔ چند جمله‌ای A_c

$\boxed{A_c^\circ = (AR)^\circ}$

$\begin{cases} A^\circ \geqslant B^\circ \\ R^\circ \geqslant S^\circ \end{cases} \Rightarrow (AR)^\circ \geqslant (BS)^\circ$

$\boxed{R^\circ = A_c^\circ - A^\circ}$

- با انتخاب های مختلف برای A_c جوابهای متفاوت برای R و S بدست می آید.
- اگر R_0 و S_0 دو جواب برای معادلهٔ دیوفانتین باشند، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} R = R_0 + Q \cdot B \\ S = S_0 - Q \cdot A \end{cases}$$

Q: چند جمله‌ای دلخواه است.

R و S هم جوابهای معادلهٔ دیوفانتین هستند.

$$\longrightarrow \begin{cases} A_c = A \cdot R + B \cdot S = A(R_0 + QB) + B(S_0 - QA) \\ = AR_0 + AQB + BS_0 - AQB = AR_0 + BS_0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c} S_0 & A \\ -QA & Q \end{array}$$

$\boxed{S = S_0 - QA} \Rightarrow \boxed{S^\circ < A^\circ = n} \Rightarrow \boxed{S^\circ_{max} = n-1}$

حداکثر درجهٔ S $\Leftarrow$ جواب حداقل درجهٔ معادلهٔ دیوفانتین

$\boxed{A_c^\circ = (AR)^\circ} \longrightarrow$ اگر $A^\circ = n \longrightarrow \boxed{R^\circ = A_c^\circ - n}$

- کاربرد در متلب:

برای تول باکس متلب $\longleftarrow$ در سایت (math works) $\longleftarrow$ $\begin{cases} \text{Toolbox STR} \\ \text{Toolbox MRAC} \end{cases}$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ پنجم)

* یادآوری جلسهٔ گذشته:

فرم کنترل کننده یا قانون کنترل (چند جمله‌ای کنترل کننده) :
$$R.u(t) = T.u_c(t) - S.y(t)$$

معادلهٔ دیوفانتین (معادلهٔ بزو - معادلهٔ آریاهانا) :
$$A.R + B.S = A_c$$

تعقیب مدل :
$$\frac{BT}{A_c} = \frac{BT}{AR+BS} = \frac{B_m}{A_m}$$

- رجوع به: کتاب: ص ۱۱۵ و ص ۱۱۶

$$B = B^+.B^-$$
$$A_c = A_o.A_m.B^+$$
$$R = R'.B^+$$
$$\boxed{T = A_o.B'_m}$$
$$B_m = B^-.B'_m$$

$R^\circ \geq S^\circ$

$\boxed{R^\circ \geq T^\circ}$: رابطهٔ ① } شرط علّی بودن کنترلگر ← با توجه به توابع تبدیل T/R و S/R

$$R^\circ = A_c^\circ - A^\circ$$

$S^\circ \leq A^\circ - 1$ ← $S^\circ_{max} = A^\circ - 1$

$$\begin{cases} R^\circ = A_c^\circ - A^\circ \\ S^\circ \leq R^\circ \end{cases} \rightsquigarrow S^\circ \leq A_c^\circ - A^\circ$$

MDPP:
$$S^\circ_{max} = A^\circ - 1 = n-1 \rightsquigarrow n-1 \leq A_c^\circ - n$$
$$\Rightarrow \boxed{A_c^\circ \geq 2n-1} \quad ; (n = A^\circ)$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$A_C = A_0 \cdot A_m \cdot B^+ \quad \& \quad A_C^\circ \geq 2n-1$$

$$\begin{cases} A_0^\circ + A_m^\circ + B^{+\circ} \geq 2A^\circ - 1 \\ A_0^\circ + A_m^\circ + B^{+\circ} \geq 2n-1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} R^\circ = A_C^\circ - A^\circ \\ T^\circ \leq R^\circ \ \& \ T = A_0 \cdot B'_m \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$A_0^\circ + B'^\circ_m \leq A_C^\circ - A^\circ$$

$$A_0^\circ + B'^\circ_m \leq A_0^\circ + A_m^\circ + B^{+\circ} - A^\circ$$

$B_m = B^- \cdot B'_m \Rightarrow B_m^\circ$

$-B^\circ$

$$\boxed{A^\circ - B^{+\circ} \leq A_m^\circ - B'^\circ_m} \xrightarrow[B^{-\circ} \text{ به طرفین نامعادله}]{\text{اضافه کردن}} A^\circ - B^{+\circ} - B^{-\circ} \leq A_m^\circ - B'^\circ_m - B^{-\circ}$$

$$\longrightarrow \boxed{A^\circ - B^\circ \leq A_m^\circ - B_m^\circ} \quad ; \quad \boxed{\text{سیستم حلقه بسته مطلوب} = \frac{B_m}{A_m}}$$

$$\boxed{d_0 \leq A_m^\circ - B_m^\circ} \longrightarrow d_0 = A_m^\circ - B_m^\circ$$

$$\longrightarrow \boxed{A_m^\circ - B_m^\circ = A^\circ - B^\circ}$$: مدل مطلوب با کمترین تأخیر

$$\boxed{\frac{B}{A}} \Longrightarrow \boxed{\frac{B_m}{A_m}}$$

مدل سیستم اصلی — مدل مطلوب

(سیستم حلقه بسته مطلوب)

- نامساوی $\boxed{A_m^\circ - B_m^\circ \geq d_0}$ بدین معنی است که در حالت گسسته - زمان، تأخیر زمانی مدل باید حداقل به بزرگی تأخیر زمانی فرآیند (plant) باشد.

پس بطور خلاصه شرط علی بودن کنترلگر بدین صورت خواهد شد:

$$\boxed{A_C^\circ \geq 2A^\circ - 1}$$

$$\boxed{A_m^\circ - B_m^\circ \geq A^\circ - B^\circ = d_0}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- الگوریتم ۳-۱ : جایابی قطب با حداقل درجه (MDPP) : صـ ۱۱۷ کتاب

داده های مسئله : چند جمله ای های مدل سیستم (B, A) که از شناسایی on-line بدست می آیند.

مشخصات : چند جمله ای های A_m و B_m و A_o

شروط سازگاری :

$$\begin{cases} A_m^\circ = A^\circ \\ B_m^\circ = B^\circ \end{cases}$$

$$A_c = A_o \cdot A_m \cdot B^+$$

$$A_c^\circ = A_o^\circ + A_m^\circ + B^{+\circ} \quad \& \quad A_c^\circ \geq 2A^\circ - 1 \longrightarrow A_o^\circ = A_c^\circ - A_m^\circ - B^{+\circ}$$

$$A_o^\circ = (2A^\circ - 1) - A_m^\circ - B^{+\circ} = 2A^\circ - 1 - \underbrace{A^\circ}_{A_m^\circ = A^\circ} - B^{+\circ} = A^\circ - B^{+\circ} - 1$$

شروط سازگاری :

$$\begin{cases} A_o^\circ = A^\circ - B^{+\circ} - 1 \\ B_m = B_m' \cdot B^- \end{cases}$$

- مراحل الگوریتم :

Step 1 : تجزیه B : $B = \underset{\text{تکین}}{B^+} \cdot B^-$

Step 2 :

$$R = R' \cdot B^+$$

$$S^\circ < A^\circ$$

جواب R' و S را از معادله دیوفانتین جدید $\leftarrow$ $\boxed{AR' + B^- \cdot S = A_o A_m}$ معادله دیوفانتین جدید

Step 3 :

R از روی $\boxed{R'B^+ = R}$ تعیین می شود

T از رابطه : $\boxed{T = A_o B_m'}$

R و T را تشکیل داده و سیگنال کنترل را از معادله روبرو می یابیم : $\boxed{Ru = Tu_c - Sy}$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- بررسی دو حالت خاص:

① حالت

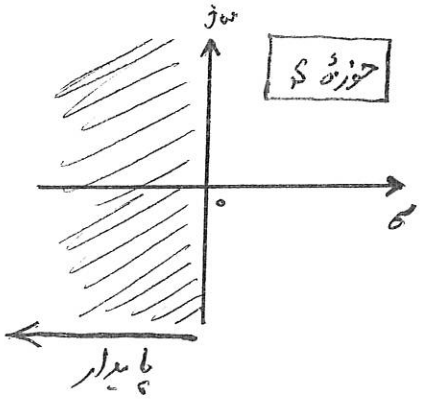
① حذف کلیه صفرها $B=B^+\cdot B^-$ ← مثال

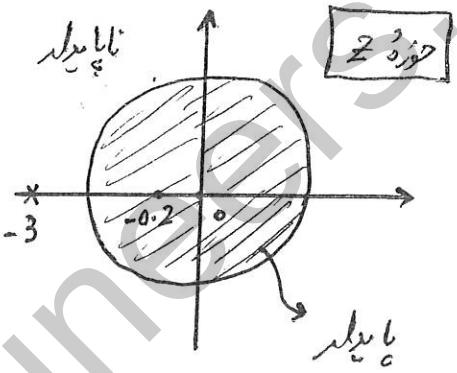
$$\begin{cases} B=(q+0.2)^2 \\ B^+=(q+0.2)^2 \\ B^-=1 \end{cases} \leftarrow B^{+0}=2$$

② حالت

② هیچ صفری حذف نمی‌شود ← مثال

$$\begin{cases} B=(q+3)^2 \\ B^+=1 \\ B^-=(q+3)^2 \end{cases} \leftarrow B^{+0}=0$$





مثال:

$$\begin{cases} B=3(q+0.2)(q+8) \\ B^+=q+0.2 \\ B^-=3(q+8) \end{cases}$$

[مثال برای حالت عمومی (غیرخاص)]

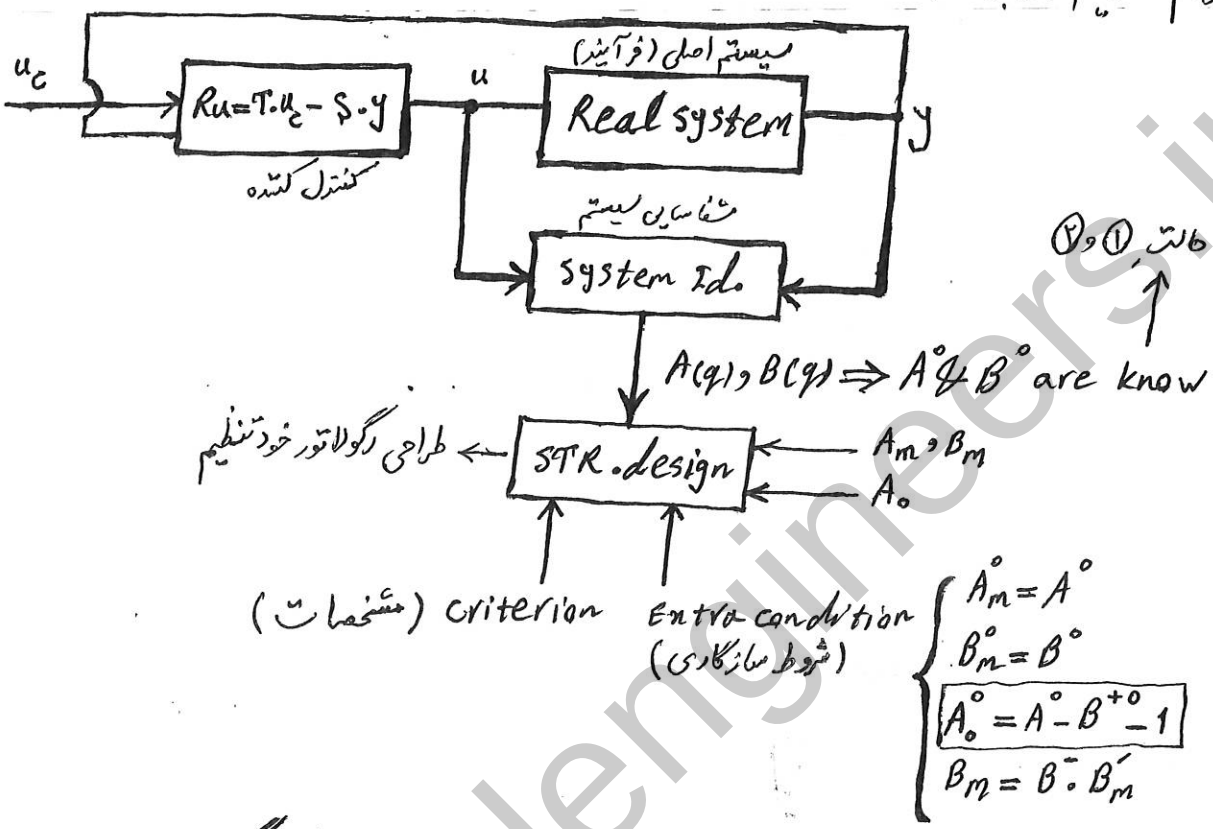
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ ششم)

الگوریتم ۱-۳ : جایابی قطب با حداقل درجه : ص ۱۱۷ کتاب

بلوک دیاگرام الگوریتم جایابی قطب با حداقل درجه :



(مراحل الگوریتم ۱-۳)

(هدف) objective : $Ru = T.u_c - S.y$

$(R=? \; ; \; T=? \; ; \; S=?)$

$B = B^+ . B^-$

$R = R' . B^+$

$Ru = T.u_c - S.y$

$T = A_\circ . B_m'$

$AR' + B^- . S = A_\circ A_m \longrightarrow R', S = ?$

* یادآوری :

Criterion & DC gain of $\left[\frac{B_m(q)}{A_m(q)}\right]_{q=1} = 1$

$\Rightarrow \frac{B_m(1)}{A_m(1)} = ?$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} G_c(s=0) \longrightarrow \text{DC gain} \\ G_D(q=1) \longrightarrow \text{DC gain} \end{cases}$

مثال : $G_c(s) = \frac{1}{s+1} \Rightarrow \text{DC gain}(G_c(s)) \Rightarrow G_c(s=0) = \frac{1}{0+1} = 1$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$A(q)$ و $B(q)$ $\Rightarrow$ A° & B° are known $\longrightarrow$ $\begin{cases} \text{A includes stable zeroes} & \text{حالت ۱} \\ \text{B doesn't includes " " "} & \text{حالت ۲} \end{cases}$

ص ۱۱۷ کتاب

$\boxed{\text{حالت ۱}}$: (همهٔ صفرها حذف شوند.) $\Rightarrow \begin{cases} B = B^+ \cdot B^- \longrightarrow \boxed{B^{+0} = B^\circ} \\ B^{-0} = 0 \longrightarrow \boxed{B^- = b_0} \end{cases}$ (عدد ثابت)

(همه صفرها در B^+ هستند.)

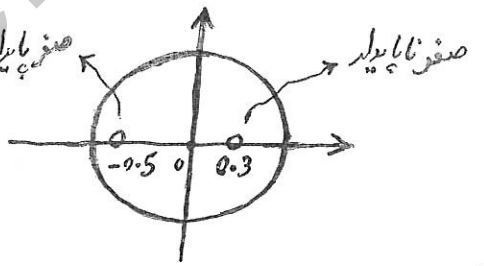
$$\longrightarrow A_0^\circ = A^\circ - B^{+0} - 1 = A^\circ - B^\circ - 1 = d_0 - 1 \longrightarrow \boxed{A_0^\circ = d_0 - 1}$$

$$\begin{cases} B_m^\circ = B^\circ \\ A_m^\circ = A^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_m^\circ - B_m^\circ = d_0 \\ \text{DC gain of } \left(\dfrac{B_m(q)}{A_m(q)}\right)_{q=1} = 1 \end{cases} \xrightarrow{?} \boxed{B_m(q) = A_m(1) \cdot q^{d_0}}$$

تکین

$$B = B^+ \cdot B^- \Rightarrow \begin{cases} \boxed{B^+ = \dfrac{B}{b_0}} \\ \boxed{B^- = b_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = A_0 B_m' = A_0 \left(\dfrac{B_m}{b_0}\right) \quad \boxed{B_m = B_m' \cdot B^-} \\ \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{A_0 A_m(1) q^{d_0}}{b_0}} \\ \Rightarrow \boxed{A_c = A_0 A_m B^+ = A_c' B^+} \end{cases}$$

* $\boxed{\text{مثال}}$: $R = \overbrace{(q+0.5)}^{B^+}\overbrace{(q-0.3)}^{B^-} \times$ (ضریب) ؛ مثلاً : $\dfrac{B(q)}{A(q)} = \dfrac{(q+0.5)(q-0.3)}{q^3+3q^2+2q+5}$



می نیمم فاز

* تذکر: تا زمانیکه سیستم می نیمم درجه باشد، روش فوق خوب جواب می دهد ولی اگر می نیمم درجه نباشد این روش برای کنترل سیستم پاسخگو نیست.

ص ۱۱۸ کتاب

$\boxed{\text{حالت ۲}}$: (هیچ صفری حذف نشود.) $\Rightarrow \begin{cases} B = B^+ \cdot B^- \\ \text{همه صفرها در } B^- \text{ هستند.} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} B^{-0} = B^\circ \\ B^{+0} = 0 \end{cases}}$

B^+ چندجمله ای تکین

$$\boxed{B^+ = 1} \longrightarrow \boxed{B^- = B}$$

$$B_m = B_m' \cdot B^- = B_m' \cdot B \xRightarrow{\boxed{B_m^\circ = B^\circ}} B_m'^\circ = 0 \Rightarrow \boxed{B_m' = \beta = \frac{A_m(1)}{B(1)}}$$

ضریب ثابت

$$\Rightarrow \boxed{B_m = \beta B}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

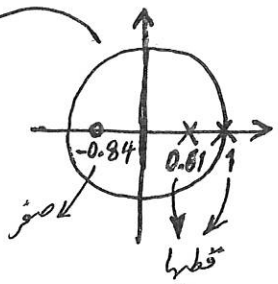
$$\Rightarrow \begin{cases} A_0^\circ = A^\circ - B^\circ - 1 \\ T = A_0 \cdot B_m' = \beta \cdot A_0 \Rightarrow \boxed{T = \beta A_0} \\ \boxed{A_c = A_0 \cdot A_m \cdot B^+ = A_0 \cdot A_m} \quad : \text{چند جمله‌ای مشخصه} \\ \boxed{AR + BS = A_c = A_0 A_m} \quad : \text{معادله‌ی دیوفانتین} \end{cases}$$

* **مثال ۳-۱ (طراحی تعقیب - مدل با حذف صفر)** : صفحه ۱۱۸ کتاب

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{\theta}{V}}$$: تابع تبدیل فرایند یا (Plant) تابع تبدیل زاویه به ولتاژ موتور

Sampling time = 0.5 (s) : زمان نمونه برداری

تابع تبدیل گسسته زمان : $G_D(s) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{b_0 q + b_1}{q^2 + a_1 q + a_2} = \frac{(0.1065 q + 0.0902)}{q^2 - 1.6065 q + 0.6065}$ ← صفر مدل سیستم



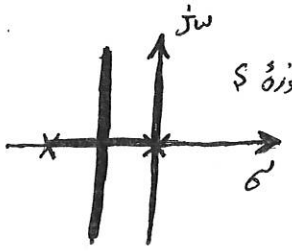
دستور گسسته سازی تابع تبدیل در متلب : $\boxed{czd(tf(\text{سیستم}), T_s, 'zoh')}$

$$\begin{cases} B^\circ = 1 \\ A^\circ = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B_m^\circ = 1 \\ A_m^\circ = 2 \end{cases} \xrightarrow{d_0 = A^\circ - B^\circ} \begin{cases} d_0 = 1 = \text{درجه‌ی کنترل کننده} = 2 - 1 = 1 \\ A_c^\circ = 2A^\circ - 1 = 4 - 1 = 3 \end{cases}$$ ← مرتبه‌ی سیستم حلقه بسته

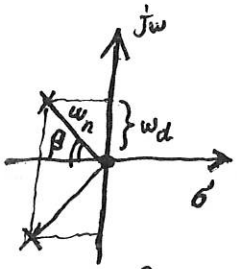
$$\frac{B_m(q)}{A_m(q)} = \frac{b_{m_0} \cdot q}{q^2 + a_{m_1} \cdot q + a_{m_2}} = \frac{0.1761 q}{q^2 - 1.3205 q + 0.4966}$$ ← تابع تبدیل حلقه بسته مطلوب

$$\boxed{\text{Dc gain}\left(\frac{B_m}{A_m}\right)_{q=1} = 1}$$

محل قطب‌های سیستم حلقه باز



محل قطبهای سیستم حلقه بسته



$\boxed{\omega_n}$ و $\boxed{\xi = \cos\beta^{-1}}$

از اینجا بدست می آید.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$AR + BS = B_0^+ A_0 A_m = A_c \Rightarrow \boxed{AR' + B^- S = A_0 A_m}$$

معادلهٔ دیوفانتین :

$$\boxed{\underbrace{(q^2 + a_1 q + a_2)}_{\text{ضرایب معلوم}} \cdot 1 + \underbrace{b_0}_{\text{معلوم}} \underbrace{(S_0 q + S_1)}_{\text{ضرایب معلوم}} = \underbrace{q^2 + a_{m_1} q + a_{m_2}}_{\text{ضرایب معلوم}}}$$

- کنترلگر با حل 2 معادلهٔ زیر مشخص می شود:

$$S_0 = \frac{a_{m_1} - a_1}{b_0}$$

$$S_1 = \frac{a_{m_2} - a_2}{b_0}$$

$$R(q) = B^+ = q + \frac{b_1}{b_0}$$

$$T(q) = A_0 B_m' = \frac{b_{m_0} q}{b_0}$$

$$S(q) = S_0 q + S_1$$

حالت ① $\Leftarrow$ $\begin{cases} B^- = b_0 \\ B^+ = \frac{B}{b_0} \end{cases}$

$$\begin{cases} B^-(q) = b_0 \\ B^+(q) = q + \frac{b_1}{b_0} \end{cases}$$

$$B_m'(q) = \frac{b_{m_0} q}{b_0} \Leftarrow B_m = B_m' \cdot B^-$$

$\boxed{R^0 = S^0 = T^0 = 1}$ $\leftarrow$ چون فرآیند از درجهٔ 2 است.

$R = R' B^+ \Rightarrow R'^0 = 0 \Rightarrow \boxed{R' = 1}$ تکین $\Leftarrow R'^0 = R^0 - B^{+0}$ (1 − 1)

$B^{+0} = 1 \Rightarrow A_0^0 = 0 \Rightarrow \boxed{A_0 = 1}$ $\Leftarrow A_0^0 = A^0 - B^{+0} - 1$ (2 − 1 − 1)

(جلسهٔ هفتم)

① جلسهٔ گذشته : مثال از طراحی تعقیب مدل با حذف صفر

مثال ۳-۱ $\Leftarrow$ $G = \frac{1}{S(S+1)}$ $\leftarrow$ صفر مدل سیستم

$$G_0(S) = \frac{(0.1065q + 0.0902)}{q^2 - 1.6065q + 0.6065}$$

② در این جلسه : طراحی بدون حذف صفر

③ تحلیل نتایج

- خاصیت تابع تبدیل $G(S)$:

$$G(S) = \frac{1}{S(S+1)}$$

۱- تابع تبدیل واقعی بسیاری از سیستم های موتوری

۲- داشتن انتگرال (I)

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- کنترلگر در حالت تعقیب - مدل با حذف صفر، با چند جمله‌ای روبرو مشخص می‌شود:

$$R(q) = q + \frac{b_1}{b_0}$$
$$S(q) = S_0 q + S_1$$
$$T(q) = A_0 B'_m = \frac{b_{m0}}{b_0} \cdot q$$

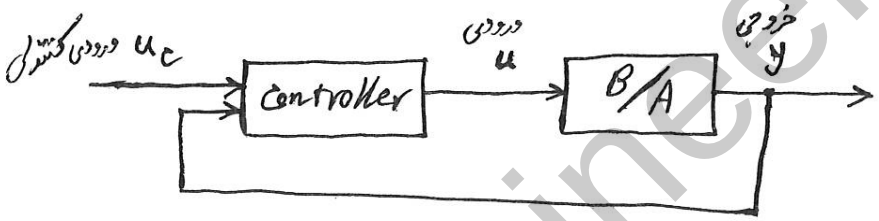
$\Longleftarrow$ $\boxed{RU = TU_c - SY}$ (قانون کنترل)

در مثال ۳-۱ قبل:

$$\boxed{u = \frac{T}{R} \cdot u_c - \frac{S}{R} \cdot y = \frac{0.1761q}{(0.1065q + 0.0902)} u_c - \frac{2.685q - 1.0319}{q + 0.8469} y}$$

$$\boxed{T/R = \frac{0.1761q}{0.1065} \Big/ q + \frac{0.0902}{0.1065}}$$

← قطب کنترل کننده



* مثال ۳-۲ (طراحی تعقیب - مدل بدون حذف صفر): صفحه ۱۲۰ کتاب

هیچ صفری حذف نشود. $\longrightarrow B = B^+ \cdot B^- \Rightarrow \begin{cases} B^{+0} = 0 \\ B^{-0} = B^0 \Rightarrow \boxed{B^+ = 1} \Rightarrow \boxed{B^- = B = b_0 q + b_1} \\ B^+ : \text{unic (تکین)} \end{cases}$

$\frac{B_m}{A_m} = ?$

b_0 و b_1 : معلوم

$B_m = B'_m \cdot B^-$ $\longrightarrow$ B_m باید شامل صفرهای سیستم اصلی (B) باشد

$B^0_m = B^0 \Rightarrow B'^0_m = 0 \Rightarrow \boxed{B'_m = \text{ضریب ثابت} = \beta} \longrightarrow \beta = \frac{A_m(1)}{B(1)}$

$$\begin{cases} B^0_m = B^0 \\ A^0_m = A^0 \end{cases} \Rightarrow G_m(q) = \frac{B_m}{A_m} = \beta \frac{b_0 q + b_1}{[q^2 + a_{m_1} q + a_{m_2}]} \longrightarrow$$

$G_m(q)$: تابع تبدیل حلقه بسته مطلوب

معادله مشخصه حلقه بسته مطلوب

معادله دیوفانتین: $\boxed{A \cdot R + B \cdot S = A_m \cdot A_0 = A_c}$

controlengineers.ir

$$(q^2+a_1q+a_2)\cdot(q+r_1)+(b_0q+b_1)\cdot(s_0q+s_1)=(q^2+a_{m_1}q+a_{m_2})(q+a_0)$$

$$T(q)=\beta\cdot A_0(q)=\beta(q+a) \leftarrow B'_m=\beta \quad T=A_0B'_m$$

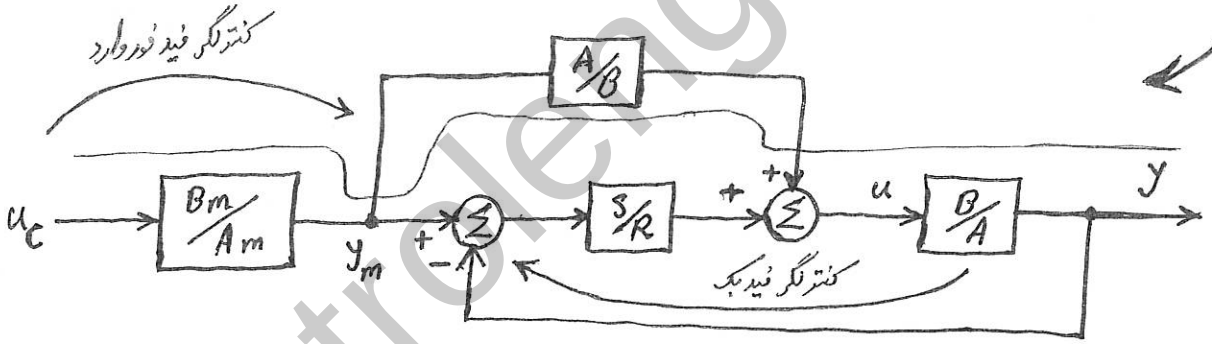
- رابطه با تعقیب - مُدل : (صـ ۱۲۳ کتاب)

توابع انتقال پاسخ مطلوب، زمان پیوسته :

$$\frac{B_m}{A_m}=\frac{\omega_0^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_0^2}$$

$$\begin{cases}\dfrac{T}{R}=\dfrac{A_0B'_m}{R}=\dfrac{A_0B_m}{B_0A_m}+\dfrac{s_0B_m}{R_0A_m} \\ A_0=\dfrac{A\cdot R'+B^-\cdot s}{A_m}\end{cases} \leftarrow \text{معادله ①} \leftarrow \begin{cases}B_m=B'_mB^- \\ R=R'B^+ \\ B^+=1 \;\&\; B^-=B\end{cases}$$

$$u=\frac{T}{R}\cdot u_c-\frac{s}{R}\cdot y \xrightarrow{\text{از معادله ①}} u=\frac{A_0B_m}{B_0A_m}u_c+\frac{s_0B_m}{R_0A_m}u_c-\frac{s}{R}\cdot y$$



$$\Rightarrow u=\frac{A_0B_m}{B_0A_m}u_c-\frac{s}{R}(y-y_m) \leftarrow y_m=\frac{B_m}{A_m}u_c$$

تحلیل نتایج :

① اگر $\frac{B}{A}$ صفر پایدار داشته باشد :
- a) می توان صفر را حذف کرد.
- b) می توان صفر را حذف نکرد.

؟

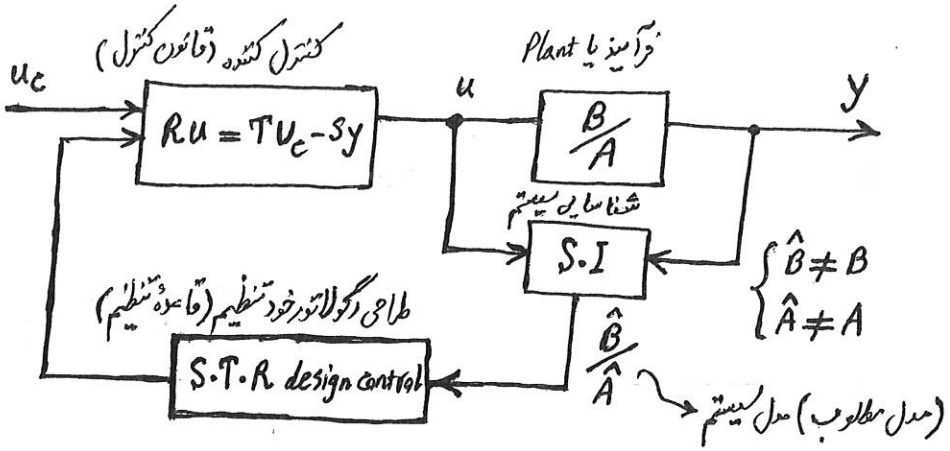
② ✓ اگر $\frac{B}{A}$ صفر پایدار نداشته باشد ← نمی توان در طراحی صفر آنرا حذف کرد.

↓

دارای صفر ناپایدار باشد.

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers



* مثال :

$$\hat{\theta}(t=0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad \hat{\theta}(t=T_s) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.09 \\ -0.3 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots$$

$$u = \frac{T}{R} U_c - \frac{S}{R} \cdot y$$

$\hat{B} \neq B$

نوسان حلقه

(Residual Vibration) ← مفهوم

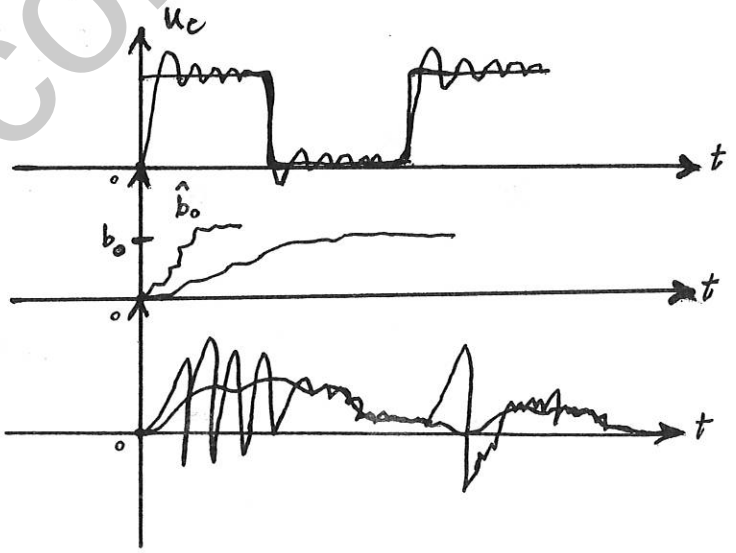
(RV)

اگر در سیگنال کنترل یک قطب را به اشتباه با یک صفر حذف کنیم؛ **residual vibration** اتفاق می افتد.

تمام فرکانسها

- حسن RV : می توانیم با حداقل حرکت به نتیجه مطلوب برسیم و چون سیگنال ورودی تمام مودها را شامل می شود، شناسایی سیستم به خوبی صورت می پذیرد و بطور کلی شناسایی سیستم سریعتر صورت می پذیرد.

- عیب RV : مدت زمان شناسایی سیستم زیاد می گردد.



controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- پدیدهٔ RV : در روش کنترل STR غیر مستقیم که ابتدا به منظور شناسایی سیستم چند جمله‌ای های $\hat{B}$ و $\hat{A}$ که با B و A متفاوت هستند، شناسایی و تخمین می شوند. این مقادیر غیر دقیق برای طراحی STR مورد استفاده قرار می گیرند. در حالت طراحی با حذف صفر چند جمله‌ای R شامل $\hat{B}$ می باشد، که با B متفاوت است. در نتیجه حذف صفر و قطب با دقت انجام نمی شود و RV یا Residual Vibration (نوسان حلقه) را ایجاد می کند.

- حسن RV : حسن RV آنست که به دلیل ایجاد ورودی پایا (ورودی شامل فرکانسهای مختلف) باعث تخمین سریعتر پارامترهای مجهول سیستم اصلی می شود. (در حالتیکه حذف صفر نداریم RV رخ نمی دهد ولی چون سیگنال پایا به سیستم اصلی اعمال نمی شود، دقت و سرعت تخمین کاهش می یابد.)

⟸ در مورد مثال ① و ② که برای سیستم ① روی $\frac{1}{s(s+1)}$ نوشته شده بود، به دلیل وجود انتگرالگیر در سیستم پاسخ نهایی بدون خطای ماندگار است. گرچه پارامترهای تخمین و کنترل کننده دقیق نیستند.

- مدلسازی و تخمین (مبحث پایانی STR غیر مستقیم) : ← (ص ۱۲۵ کتاب)

مدل فرآیند (Plant) :

$$y(t) = -a_1 \cdot y(t-1) - a_2 \cdot y(t-2) - \cdots - a_n \cdot y(t-n) + b_0 \cdot u(t-d_0) + \cdots + b_m \cdot u(t-d_0-m)$$

درجهٔ سیستم : $\max(n, m+d_0)$

مدل فرآیند (معادلهٔ رگرسیون) :

$$y(t) = \phi^T(t-1) \cdot \theta$$

و

برطار پارامترهای مجهول :

$$\theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ \hline b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

بردار رگرسیون : $\varphi^T(t-1) = [-y(t-1) \cdots -y(t-n) \mid u(t-d_0) \cdots u(t-d_0-m)]$

حداقل مربعات بازگشتی

- در روش STR غیر مستقیم مدل فوق در روابط Recursive least Square (RLS) مورد استفاده قرار می گیرد تا پارامترهای مجهول مدل سیستم یعنی $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ b_0 \\ b_1 \\ \vdots \end{bmatrix}$ در لحظه t تعیین شده با گذشت زمان تخمین $\theta(t)$ به روز رسانی می شود و در فرآیند محاسبات STR مورد استفاده قرار می گیرد.

(الگوریتم RLS)

تخمینگر حداقل مربعات بصورت دوره ای می باشد:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\cdot\varepsilon(t)$$

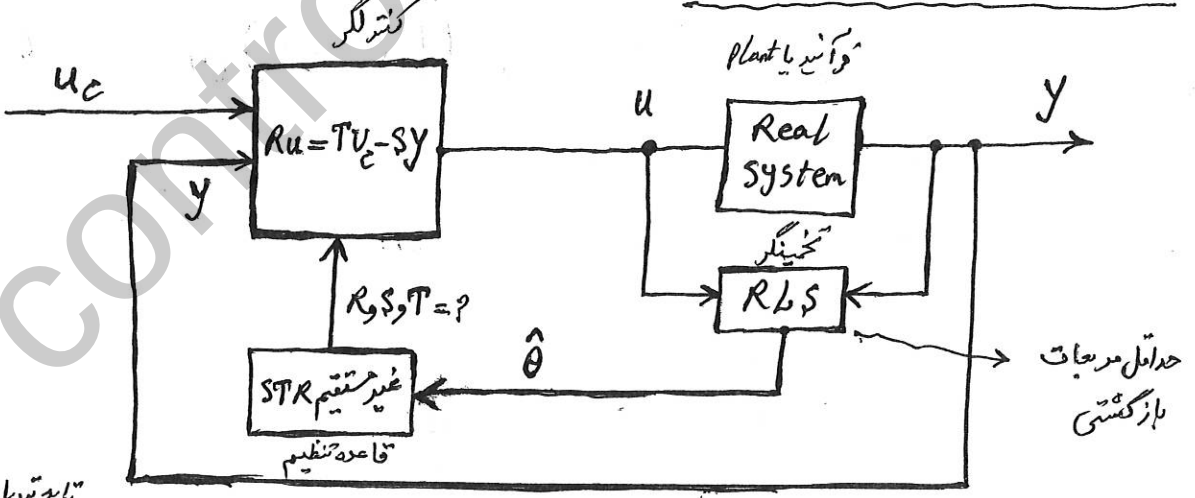
$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\cdot\hat{\theta}(t-1) = y - \hat{y} \quad \leftarrow \text{خطا}$$

$$K(t) = P(t-1)\cdot\varphi(t-1)\left[\lambda + \varphi^T(t-1)\cdot P(t-1)\cdot\varphi(t-1)\right]^{-1}$$

$$P(t) = \left[I - K(t)\cdot\varphi^T(t-1)\right]\frac{P(t-1)}{\lambda}$$

$\leftarrow$ ضریب فراموشی $(0<\lambda<1)$

- بلوک دیاگرام رگولاتور خودتنظیم غیر مستقیم:



توابع تبدیل فرآیند لیستم

$$\frac{y}{u} = \frac{q^{-d_0}(b_0 + b_1 q^{-1} + \cdots + b_m q^{-m})}{1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_n q^{-n}}$$

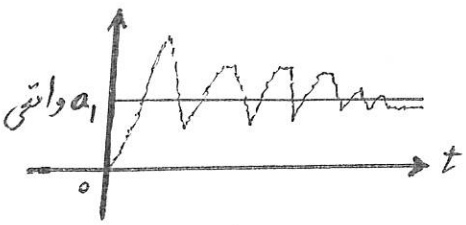
(تعداد مجهولات پارامتر مدل $= n+m+1$)

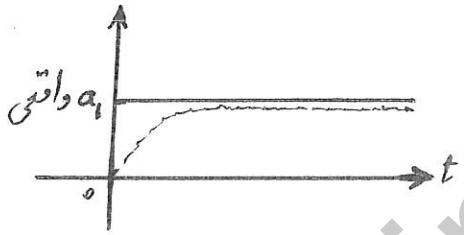
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

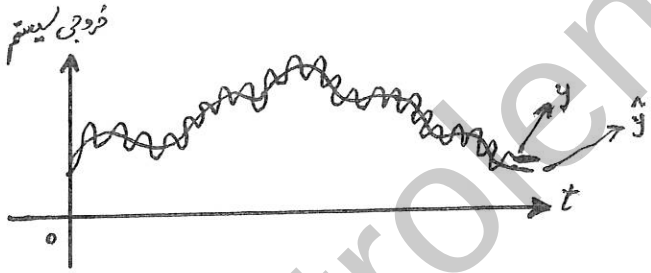
- ضریب فراموشی (λ) :

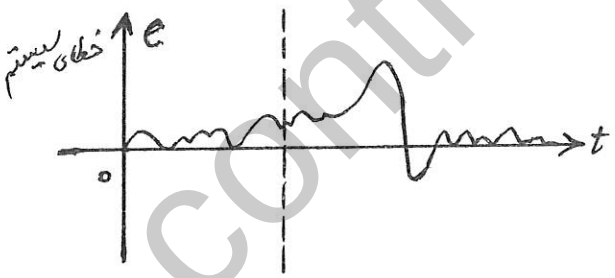
روشهای انتخاب λ مناسب :
۱- روش سعی و خطا
۲- روش تطبیقی

زمان با λ نامناسب : 

زمان با λ مناسب : 

* یادآوری (درس شناسایی سیستم) :





obs : با تمام خطاهای گذشته کار دارد.

obs : وزن دهی خطاها به نحوی است که خطاهای جدید تر اهمیت بیشتری دارند.

obs : روش حداقل مربعات معمولی

obs : روش حداقل مربعات وزن داده شده

ادامهٔ فصل ۳ در صفحهٔ ۲۵ جزوه

تا صفحهٔ ۱۳۵ درس داده شده است . صفحهٔ ۱۲۶ کتاب خوانده شود (مطالعه آزاد)

* پروژه درس کنترل تطبیقی (اولویت ها) :

۱- درزمینهٔ کنترل منابع آب ۲- درزمینهٔ شناسایی آب ۳- شناسایی تعداد چاه آب
۴- کنترل آبیاری تطبیقی ۵- شناسایی خطا در شبکه‌های آب

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ هشتم)

- فصل چهارم : رگولاتورهای خودتنظیم اتفاقی و پیشبین :

- در این فصل موضوع کلیدی طراحی کنترلگری است که اغتشاش را تا حد ممکن حذف کند.

هدف کنترلی :
1- Setpoint tracking ← دنبال کردن ورودی
and/or
2- Disturbance Rejection ← حذف اغتشاش ← موضوع فصل ⑭
↳ برای حفظ وضعیت موجود

- در رسیدن به هدف :
1- مقدار یا عملکرد ماندگار مهم است.
and/or
2- مقدار یا عملکرد گذرا مهم است.

- انواع اغتشاش :
1- قابل پیش بینی و مدل کردن ← مثل باریک موتور الکتریکی
2- غیرقابل پیش بینی ← مثل نویز ← موضوع فصل ⑭

- به منظور رسیدن به اهداف کنترلی می توان روش های طراحی مختلفی را استفاده کرد. مثلاً کنترل عصبی، فازی، تکراری، بهینه، پیشبین، کلاسیک، تطبیقی و ...

- معیارهای کنترلی مختلفی را می توان تعریف کرد.

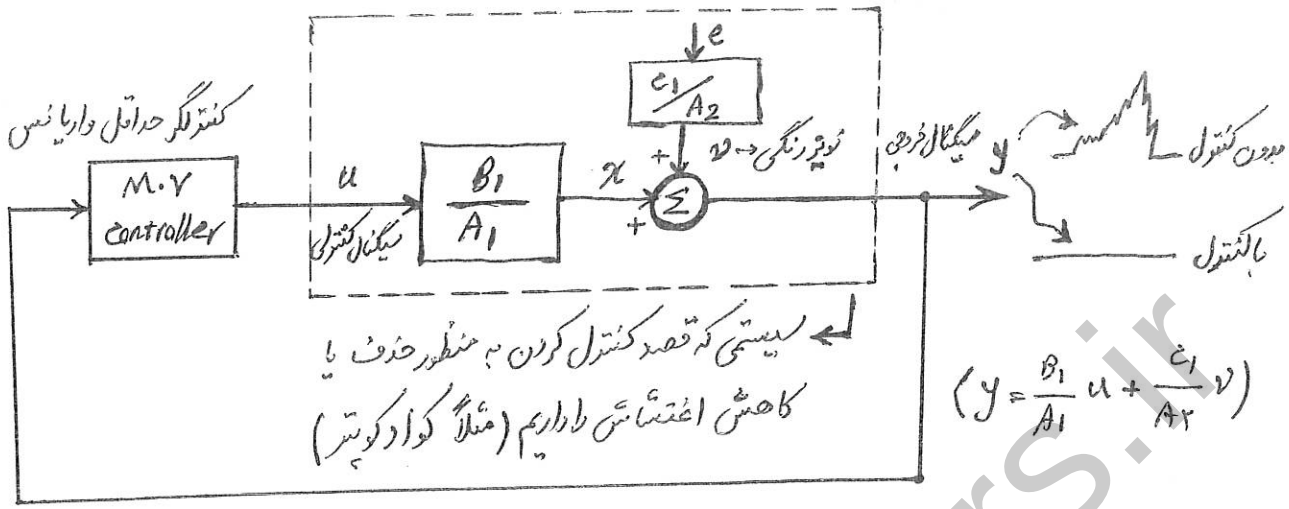
* مثال ① : طراحی کنترل کننده به منظور حداقل سازی واریانس تغییرات در خروجی
Minimum Variance control (MV-control)

* مثال ② : طراحی کنترل میانگین متحرک : Moving Average control (MA-control)
↳ جمع مربعات تغییرات سیگنال کنترل و خروجی حداقل شود.

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- با تعریف یک شاخص (معیار) می خواهیم حداقل سازی به منظور کاهش اغتشاش انجام دهیم.



v : نویز رنگی شامل بدترین مشخصات اغتشاش است؛ ولی برای حل مسئله v را از یک سیگنال ذهنی نویز سفید e بدست می آوریم که مشخصات آماری معلومی دارد

مثلاً : $\bar{e}=0$ ← میانگین صفر
$\sigma_e^2=1$ ← انحراف معیار

$$\begin{cases} x = \frac{B_1}{A_1}u \\ v = \frac{c_1}{A_2}e \end{cases}$$
v نویز با اغتشاش

$$y = x + v$$ خروجی

$$y = \frac{B_1}{A_1}\cdot u + \frac{c_1}{A_2}\cdot e$$ مدل فرآیند

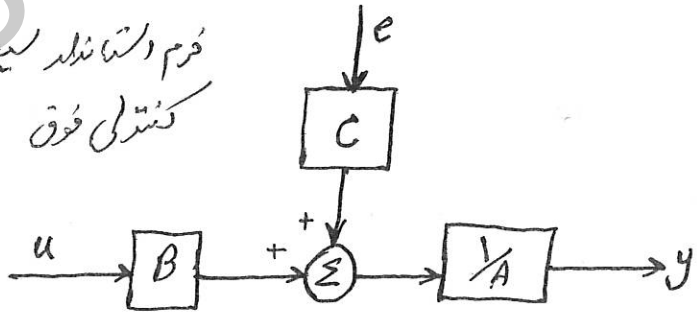
$$(A_1\cdot A_2)\cdot y = A_2\cdot B_1\cdot u + A_1\cdot c_1\cdot e$$

$$A\cdot y = B\cdot u + c\cdot e$$ مدل فرآیند در حالت استاندارد

$(A_0 c = \text{چند جمله ای تکین})$

A و B و c چند جمله ای های برحسب q هستند.

فرم استاندارد سیستم کنترلی فوق



$\begin{cases} n=A \text{ درجه} = A^\circ \\ n=c \text{ درجه} = A^\circ \end{cases}$

- به تعداد دلخواه لذ c می توان مشتق گرفت، طوریکه باز هم نویز سفید بودن حفظ شود.

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

صفرهایی

- A و B می‌توانند ریشه‌هایی در داخل و خارج دایرهٔ واحد داشته باشند ولی اگر c ریشه‌ای در خارج دایرهٔ واحد داشته باشد به روش انتقال به داخل دایره، ریشه‌هایش را تغییر می‌دهیم.

روش انتقال ← روش تجزیهٔ طیفی

اگر $c = c^+ \cdot c^-$ ⟶ $c^+ \cdot c^*$

c^-: ریشه‌های خارج دایرهٔ واحد

c^*: ریشه‌های داخل دایرهٔ واحد

controlengineers.ir

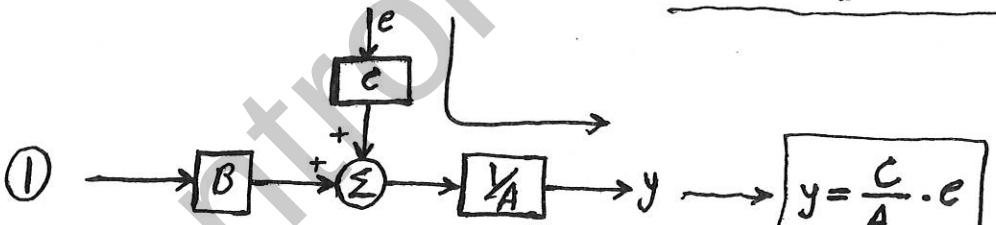
(جلسهٔ نهم)

- **طراحی کنترل کنندهٔ حداقل واریانس** : ← صـ ۱۷۲ کتاب

مقدمه: سیستم بدون ورودی و شامل اغتشاش

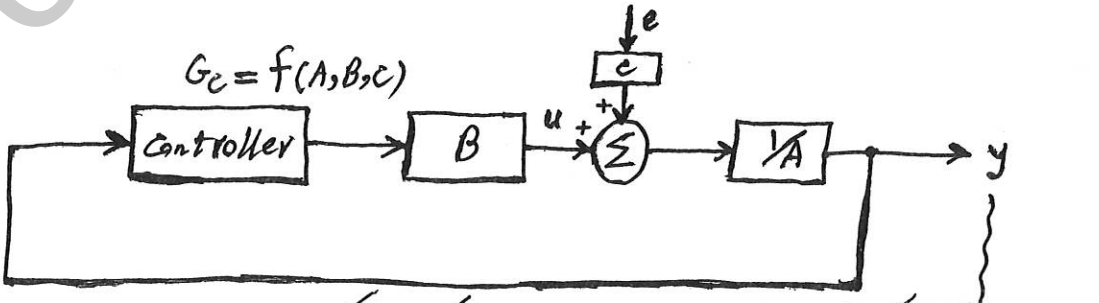
هدف: ایجاد خروجی با کمترین واریانس

(۱)



(بدون کنترل کننده)

(۲)



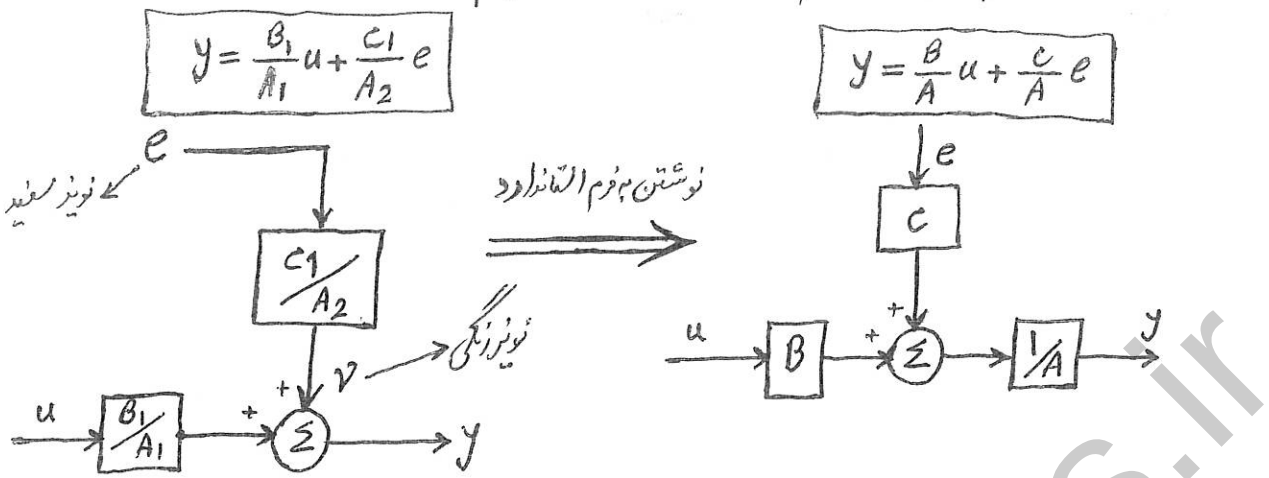
(با حضور کنترل کننده)

کنترلر

$y = \frac{B}{A} \cdot f_c(q) y + \frac{C}{A} \cdot e$

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- نمودار بلوک دیاگرام نویز را به فرم استاندارد می نویسیم:



e : نویز سفید
v : نویز رنگی

$A = A_1 \cdot A_2$; تکین

$B = B_1 \cdot A_2$;

$C = C_1 \cdot A_1$; تکین

چند جمله‌ای c می‌تواند شامل ریشه‌های داخل یا خارج دایره باشد. (پایدار یا ناپایدار باشد.)

- اصلاح چند جمله‌ای $c(z)$ در صورت ناپایدار بودن: ← ص ۱۷۱ کتاب

اگر چند جمله‌ای c دارای صفرهایی خارج دایرهٔ واحد بود، آنرا بصورت روبرو تجزیه طیفی می کنیم:

- رابطهٔ چگالی طیفی برای v : ⟸

$$\Phi(e^{j\omega T}) = \frac{1}{2\pi} c(e^{j\omega T}) \cdot c(e^{-j\omega T})$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} c(z) \cdot c(z^{-1})$$

$\{e(t)\}$: دنبالهٔ نویز با میانگین صفر و واریانس λ

Φ : چگالی طیفی v

$v = c \cdot e$ ← نویز رنگی یا اغتشاش

نویز سفید

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

هدف: تغییر c به نحوی که طیف توانی نویز رنگی v تغییر نکند و c پایدار شود (ریشه‌ها به دایره منتقل شوند.)

مثال ۴-۱ ص ۱۷۱ کتاب

فرض: $c(z) = z + 2 \longrightarrow \boxed{c(z) \text{ ریشهٔ } = -2}$ (خارج از دایرهٔ واحد) ← صفر ناپایدار

$$c(z)\cdot c(z^{-1}) = (z+2)(z^{-1}+2) = z(1+2z^{-1})\cdot(z^{-1}+2)$$

$$= (1+2z^{-1})\cdot(1+2z) = (1+2z)\cdot(1+2z^{-1})$$

$$c^*(z)\cdot c^*(z^{-1})$$

$$\boxed{z = \frac{-1}{2}} \longrightarrow \text{ریشهٔ داخل دایره واحد و پایدار}$$

حال برای طراحی از $c^*(z) = 1+2z$ می‌توانیم استفاده کنیم که حاوی ریشهٔ داخل دایره است.

مثال ۴-۲ ص ۱۷۳

پایدار در داخل دایرهٔ واحد

* **حل مسئله نمونه**: مطلوبست طراحی MV (می‌نیمم واریانس) برای سیستم زیر به شرط $|c|<1$.

معادلهٔ تفاضلی مدل سیستم مرتبهٔ ۱: $\boxed{y(t+1) + a\,y(t) = b\cdot u(t) + e(t+1) + c\cdot e(t)}$ معادلهٔ ①

$$\Longrightarrow \boxed{q\cdot y(t) + a\cdot y(t) = b\cdot u(t) + q\cdot e(t) + c\cdot e(t)}$$

q = اپراتور شیفت

$e(t)$: نویز سفید با واریانس ۱ و میانگین صفر

* **یادآوری**:

$$\frac{y}{U_c} = \frac{1}{s+1} \longrightarrow \dot{y} + y = u_c \quad \text{معادلهٔ دیفرانسیل در حوزهٔ پیوسته}$$

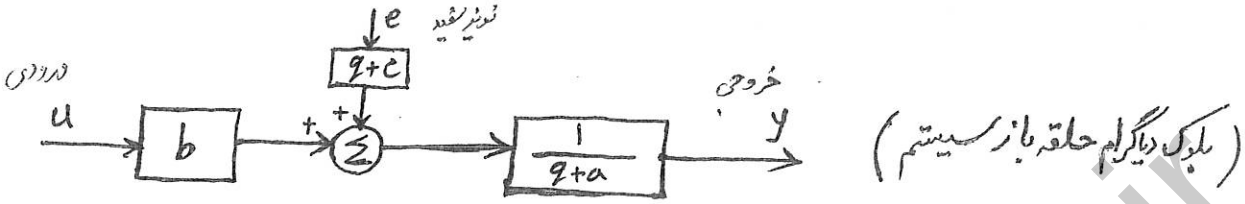
$$\frac{y}{U} = \frac{1}{z^{-1}+1} \longrightarrow y(t-1) + y(t) = u(t) \quad \text{معادلهٔ تفاضلی در حوزهٔ گسسته}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\Rightarrow (q+a)\cdot y(t) = b\cdot u(t) + (q+c)\cdot e(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = \frac{b}{q+a}\cdot u(t) + \frac{q+c}{q+a}\cdot e(t)}$$: خروجی سیستم در لحظهٔ t



(بلوک دیاگرام حلقه باز سیستم)

هدف: $\boxed{\text{طراحی کنترل‌کننده} \longrightarrow u(t) \text{ تغییر کند} \longrightarrow y(t) \text{ طوری تغییر کند که MV بریم}}$

— برای تغییر خروجی $y(t+1)$ باید ورودی $u(t)$ را تغییر دهیم. بعلاوه $y(t)$ و $e(t+1)$ از $e(t)$ مستقل است. پس داریم:

$u(t)$: در لحظهٔ t — $y(t+1)$: در لحظهٔ $t+1$

$$\boxed{Var(y(t+1)) \geq Var(e(t+1))}$$

بهترین شرایط : $Var(y(t+1)) = Var(e(t+1))$

$$\Rightarrow y(t+1) = e(t+1) \longrightarrow y(t) = e(t)$$

با شرایط مذکور $\longrightarrow$ $\boxed{\begin{aligned} y(t+1) &= e(t+1) \\ y(t) &= e(t) \end{aligned}}$

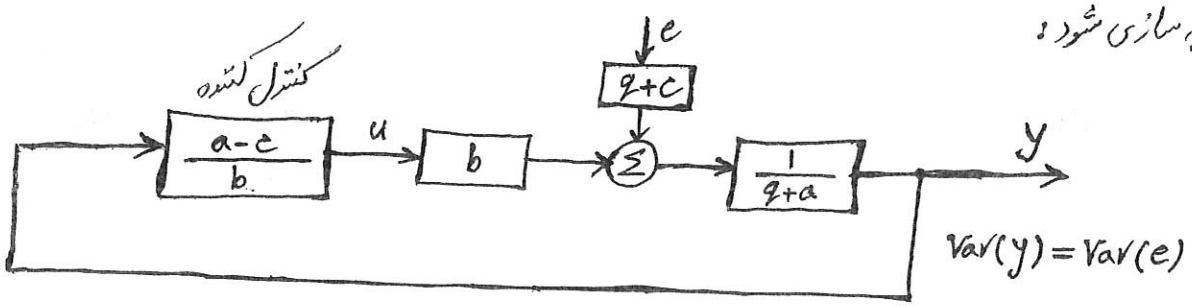
از معادلهٔ ① و جایگذاری e بجای y:

$$y(t+1) + a\cdot y(t) = b\cdot u(t) + y(t+1) + c\cdot y(t)$$

$$\longrightarrow (a-c)\,y(t) = b\cdot u(t) \longrightarrow \boxed{u(t) = \left(\frac{a-c}{b}\right)\cdot y(t)}$$

کنترل‌گر (قانون کنترل):

شبیه‌سازی شود:



(بلوک دیاگرام حلقه بسته سیستم)

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

می نیمم واریانس

— تعمیم مثال قبل به روش کلی طراحی MV : ← ص ۱۷۳ کتاب

فرض :

$$\boxed{\frac{B}{A}=\frac{b_0q^m+b_1q^{m-1}+\cdots+b_m}{q^n+a_1q^{n-1}+\cdots+a_n}}$$

تابع تبدیل سیستم

تفاضل درجهٔ مخرج و صورت : $\boxed{d_0=n-m}$

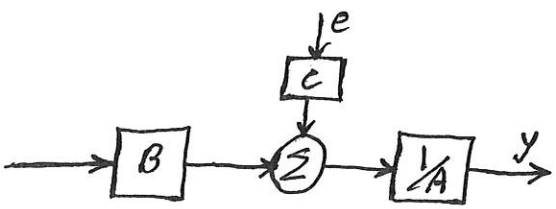
$A^\circ=n$

$B^\circ=m$

(d_0 = تأخیر زمانی سیستم)

در مثال قبل $\frac{B}{A}=\frac{b}{q+a}$ ، $d_0=1$

محاسبهٔ خروجی سیستم با در نظر گرفتن تأخیر زمانی d_0 :



$$\boxed{y(t)=\frac{B}{A}\cdot u(t)+\frac{C}{A}\cdot e(t)} \Rightarrow$$

$$\boxed{y(t+d_0)=\frac{B}{A}\cdot u(t+d_0)+\frac{C}{A}e(t+d_0)}$$

بدلیل تأخیر d_0 در تابع تبدیل سیستم و $y(t+d_0)$ در ظاهر می شود. ⟵ تغییر $u(t)$

$y(t+d_0)=e(t+d_0)$ ضریبی از + [ترم اضافی]

با صفر کردن ترم اضافی رابطهٔ کنترل کننده تعیین می شود.

— موضوع پروژه : معرفی ابزارهای تحلیل کنترل تطبیقی با حل مثال نمونه.

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ دهم)

- تعمیم روش کنترل حداقل واریانس :

* **یادآوری :** $y(t+1) + a\cdot y(t) = b\cdot u(t) + e(t+1) + c\cdot e(t)$; مثال جلسهٔ گذشته

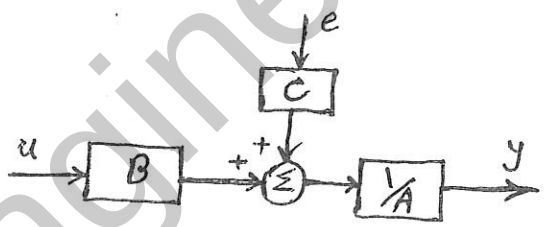
(با تغییر $u(t)$ می‌توان y را تغییر داد.)

معادلهٔ حلقه بسته (فیدبک) : $u(t) = \frac{a-c}{b}\cdot y(t)$ ◎ رابطهٔ $\longrightarrow$ $y(t+1) = e(t+1)$

معادلهٔ حلقه باز : $y(t) = \frac{B}{A}u(t) + \frac{C}{A}\cdot e(t)$ ① رابطهٔ

$d_0 = 1$ ↓

$\frac{B}{A} = 1$ $\longrightarrow$ تفاضل درجهٔ مخرج و صورت $\longrightarrow$ مسئله براحتی حل شد.



$$\begin{cases} y(t+1) = e(t+1) \\ y(t) = e(t) \end{cases}$$

↳ با فرض تفاضل درجهٔ $\frac{B}{A} = 1$

- با تعمیم خروجی $y(t)$ برای زمانهای $(t+d_0)$ خواهیم داشت:

d_0 = تفاضل درجهٔ مخرج و صورت

رابطهٔ ② $\longleftarrow$ $y(t+d_0) = \frac{B}{A}\cdot u(t+d_0) + \frac{C}{A}\cdot e(t+d_0)$ $\longleftarrow$ از رابطهٔ ①

↳ با انتخاب $u(t)$ می‌توان $y(t+d_0)$ را تغییر داد.

- با تقسیم $q^{d_0-1}C$ بر A داریم :

$$\begin{array}{r|l} q^{d_0-1}\cdot C & A \\ \hline A\cdot f(q) & F(q) \text{ خارج قسمت} \\ \hline G(q) \text{ باقیمانده} & \end{array}$$

رابطهٔ ③ $\longrightarrow$ $\begin{cases} F^\circ = d_0 - 1 \\ G^\circ = A^\circ - 1 = n-1 \end{cases}$

معادلهٔ دیوفانتین : $q^{d_0-1}\cdot C = F\cdot A + G$ $\longleftarrow$ از رابطهٔ ③

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$e(t+d_0)$

از رابطه‌ی (۲) $\longrightarrow$ $y(t+d_0)=\frac{B}{A}\cdot u(t+d_0)+\frac{C}{A}q^{d_0}\cdot e(t)$

$y(t+d_0)=\frac{B}{A}\cdot u(t+d_0)+\frac{C}{A}q^{d_0-1}\cdot e(t+1)$

از رابطه‌ی (۳) $\longrightarrow$ جایگزین در نتیجه (۲) $\Rightarrow$ $y(t+d_0)=\frac{B}{A}\cdot u(t+d_0)+(f+\frac{G}{A})\cdot e(t+1)$

رابطه‌ی (۴) $\boxed{y(t+d_0)=\frac{B}{A}\cdot u(t+d_0)+f\cdot e(t+1)+\frac{q\cdot G}{A}\cdot e(t)}$

$\boxed{f(q)=q^{d_0-1}+f_1\cdot q^{d_0-2}+\cdots+f_{d_0-1}}$

$\boxed{G(q)=g_0\cdot q^{n-1}+g_1\cdot q^{n-2}+\cdots+g_{n-1}}$

$\Rightarrow$ چند جمله‌ای های معلوم که از تقسیم چند جمله‌ای های $q^{d_0-1}\cdot C$ بر A که از شناسایی سیستم قبلاً تعیین شده هستند، بدست می آید.

از رابطه‌ی (۱) $\longrightarrow$ $\boxed{e(t)=\frac{A}{C}\cdot y(t)-\frac{B}{C}\cdot u(t)}$ رابطه‌ی (۵)

نویز کلیه

در معادله‌ی فوق $e(t)$ با استفاده از چند جمله‌ای های معلوم A و B و C و خروجی قابل اندازه گیری y و سیگنال کنترلی $u(t)$ که قرار است با طراحی کنترل کننده تعیین شود، بدست می آید.

از رابطه‌ی (۴) و (۵) $\longrightarrow$ $\boxed{y(t+d_0)=\underbrace{f\cdot e(t+1)}_{\text{قسمت ①}}+\underbrace{\frac{q\cdot B\cdot f}{C}\cdot u(t)+\frac{q\cdot G}{C}\cdot y(t)}_{\text{قسمت ②}}}$ رابطه‌ی (۶)

اثبات در رابطه‌ی (۴-۱۲) صفحه ۱۲۴ کتاب

$\longrightarrow y(t+d_0)=f\cdot e(t+1)+\hat{y}[t+d_0|t]$

پیش بینی لحظه‌ی $t+d_0$ با داشتن اطلاعات تا لحظه‌ی t

$\boxed{(q\cdot B\cdot f)^{\circ\text{درجه}}=n}\Rightarrow (q\cdot B\cdot f)^{\circ}=(1+(n-d_0)+d_0-1)=0$

$\boxed{(q\cdot G)^{\circ\text{درجه}}=n}$ و $\boxed{C^{\circ\text{درجه}}=n}$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$f_0 e(t+1) =$ حاوی اطلاعات نویز از لحظه $t+d_0$ تا لحظه $t+1$

$$f_0 e(t+1) = \left[q^{d_0-1} + f_1 q^{d_0-2} + \cdots + f_{d_0-1} \right] \cdot e(t+1)$$

$$y(t+d_0) = f_0 e(t+1) + \hat{y}(t+d_0|t)$$: خروجی در لحظه $t+d_0$

$$\Rightarrow \tilde{y}(t+d_0|t) = y(t+d_0) - \hat{y}(t+d_0|t) = \text{خروجی پیش‌بینی شده در لحظه } t+d_0 - \text{خروجی در لحظه } t+d_0$$

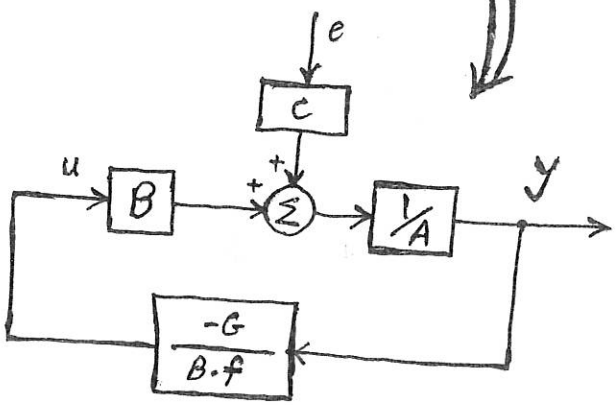
$$= f_0 e(t+1) = \text{خطای پیش‌بینی}$$

$$Var(\tilde{y}(t+d_0|t)) = \sigma^2 (1 + f_1^2 + f_2^2 + \cdots + f_{d_0-1}^2)$$: واریانس خطای پیش‌بینی

$$\hat{y}(t+d_0|t) = \frac{q \cdot B \cdot f}{C} \cdot u(t) + \frac{q \cdot G}{C} \cdot y(t) = 0$$

$$u(t) = \frac{-G(q)}{B(q) \cdot f(q)} \cdot y(t)$$ ⑦ رابطه (قانون کنترل)

⑦ رابطه $\equiv$ (معادل) ⊙ رابطه مثال جلسه قبل



$$\frac{B}{A} = \frac{b}{q+a} \quad \begin{cases} n=1 \\ d_0=1 \end{cases}$$

$$q^{d_0-1} \cdot C(q) \mid A(q) \Rightarrow q+c \mid q+a$$

$$\frac{q+a}{1 = f(q)}$$

$$C(q) = q+c$$

⊙ رابطه $u(t) = \frac{-(c-a)}{b \cdot 1} y$

$$G(q) = c-a$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$A_c = A.R + B.S$$: (معادله مشخصه حلقه بسته در روش STR)

A_c = چند جمله ای مشخصه حلقه بسته

↳ در روش STR با داشتن چند جمله ای A_c و A و B که از شناسایی سیستم معلوم بود، می توانستیم $R(q)$ و $S(q)$ را در STR اتفاقی تعیین کنیم.

$$y = \frac{c}{A}.e - \frac{B.G}{A.B.F}y \xleftarrow{u = \frac{-G}{B.F}y} y = \frac{c}{A}.e + \frac{B}{A}.u$$

$$\Rightarrow y\left(1 + \frac{B.G}{A.B.F}\right) = \frac{c}{A}.e \longrightarrow yB\left(\frac{\overbrace{Aq^{d_0-1}}^{q^{d_0-1}.e} + G}{BF}\right) = c.e \longrightarrow y\left(\frac{q^{d_0-1}.CB}{BF}\right) = c.e$$

$$\Rightarrow \frac{y}{e} = \frac{B.c.f}{q^{d_0-1}.c.B} = A_c \Rightarrow A_c = q^{d_0-1}.c.B$$

↳ معادله مشخصه حلقه بسته در روش MV

تابع تبدیل حلقه بسته سیستم

رابطه ⑦: $u(t) = \frac{-G(q)}{B(q).f(q)}.y(t)$

$$u_c = 0 \Rightarrow u = \left(\frac{-S}{R}\right).y$$

$$\frac{-S}{R} = \frac{-G}{B.f}$$

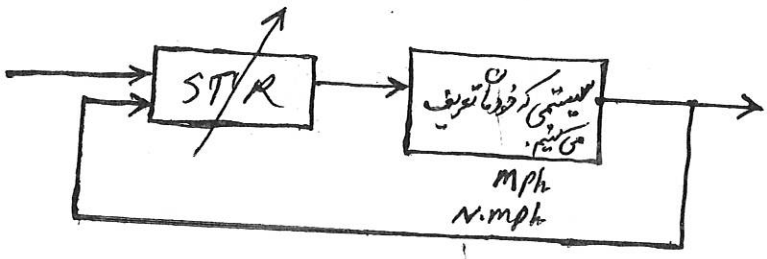
$S = G$, $R = Bf$ $\Rightarrow$ $q^{d_0-1}.CB = A.\overbrace{(Bf)}^{R} + B.\overbrace{G}^{S}$

معادله دیوفانتین معادل در کنترلگر جایابی قطب

- کنترلگر MV را می توان بصورت یک کنترلگر جایابی قطب تعبیر کرد:

---

* **تمرین ①**: طراحی را انجام دهید برای سیستم مرتبه ۲ م بالا : (شکل ص ۹ جزوه)



به ۲ روش { Direct / non-Direct

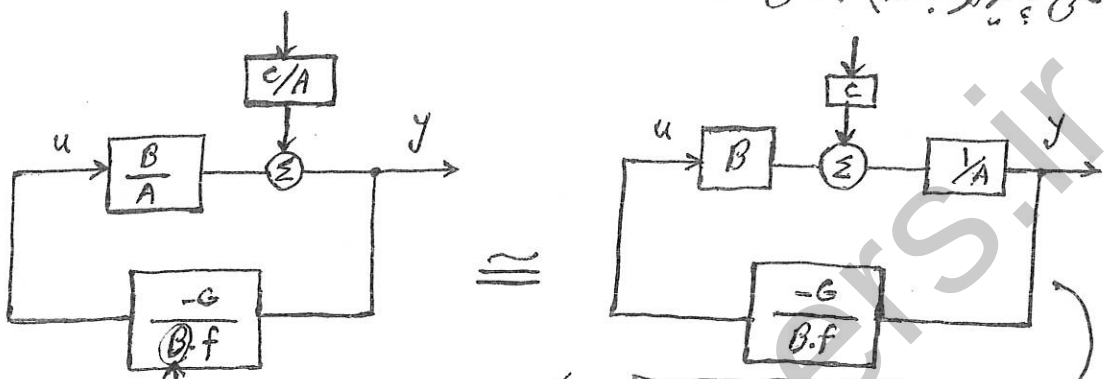
برای ۲ حالت { N.mph می نیمم فاز / M.ph غیر می نیمم فاز

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ یازدهم)

- در جلسهٔ گذشته: طراحی سیستم کنترل MV (حداقل واریانس) در حالت کلی به شرط B حداقل فاز (ریشه‌های B همگی پایدار باشد) بررسی شد.



قانون کنترل در MV: $\boxed{u(t) = \frac{-G}{B.f} \cdot y(t)}$

معادلهٔ دیوفانتین: $\boxed{\underbrace{q^{d_0-1} \cdot B \cdot C}_{} = A.R + BS}$

در MV ریشه‌های حلقه بسته شامل ریشه‌های B بود.

ص ۱۷۷ کتاب

- کنترل کنندهٔ میانگین متحرک (MA):

* **سؤال اساسی**: اگر ریشه‌های B شامل ریشه‌های پایدار و ناپایدار باشد، طراحی کنترل کننده به منظور کاهش واریانس چگونه خواهد بود؟

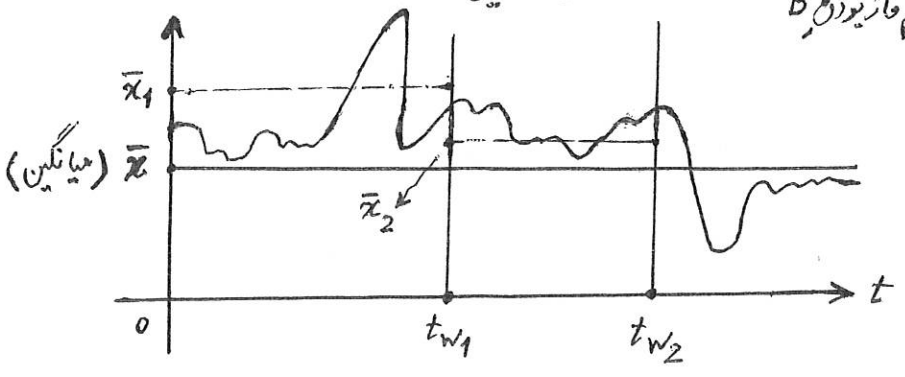
صفر پایدار — صفر ناپایدار — صفرهای تعریف شده با چندجمله‌ای معکوس $B^*(q)$

$$B^+ \cdot B^- \longrightarrow B^+ \cdot B^{-*} \Longrightarrow \boxed{q^{d_0-1} \cdot B^+ \cdot B^{-*} \cdot C = A.R + B.S}$$

معادلهٔ دیوفانتین:

- به منظور حل مشکل N.mph بودن B از روش M.A (Moving Average) استفاده می‌کنیم.

روش میانگین متحرک — غیرمینیمم فاز بودن B



controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

تفاوت فیلتر Averaging و فیلتر Moving Average :

تفاوت این دو فیلتر در اینست که بعد از لحظه t_{w_1} ، فیلتر اول به اندازه t_{w_1} تأخیر دارد ولی فیلتر دوم فقط به اندازه یک واحد زمانی تأخیر دارد. فیلتر دوم (MA) برای سیستم های حلقه بسته به دلیل اعمال تأخیر بسیار کمتر بهتر است.

- وجود نویز اندازه گیری طراحی کنترل کننده را محدود می کند. بعنوان مثال از کنترل مشتق گیر که خواص مفیدی دارد نمی توان در حضور نویز اندازه گیری استفاده کرد.
- موضوع تأخیر (delay) فیلتر در طراحی سیستم های کنترل بسیار مهم است.
- هر تابع تبدیل از جمله کنترل کننده خطی یا خود سیستم خطی (مثلاً موتور الکتریکی) یک فیلتر است.

فیلتر MV (حداقل واریانس) با مرتبه (d_0-1) :

$$y(t+d_0) = f(q)\cdot e(t+1) = \left(q^{d_0-1} + f_1 \cdot q^{d_0-2} + \cdots + f_{d_0-1}\right)\cdot e(t+1)$$

$$\equiv MA_{(d_0-1)} \quad \text{(با مرتبه معادل)}$$

معادله ① :

- در فیلتر MA (میانگین متحرک) اطلاعات لحظات مختلف با وزن های مختلفی ترکیب می شوند.
- می توانیم فیلتر MA طراحی کنیم که تعداد جملات آن $d \geq d_0$ باشد.

$$d_0 = \text{درجه صورت} - \text{درجه مخرج} \longrightarrow d_0 = A^\circ - B^\circ \longrightarrow d_0 = 3-2 = 1$$

$$\Rightarrow d = A^\circ - B^\circ = 3-1 = 2$$

برای طراحی و کنترل سیستم های غیر می نیمم فاز (N.mph) از روش MA استفاده می شود.

روش (MV) ← حداقل واریانس :

$$q^{d_0-1}\cdot B\cdot C = A\cdot R + B\cdot S \quad (mph)$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

معادلهٔ (دیوفانتین)

$$q^{d-1}\cdot B^{+}\cdot C = AR + BS \quad ; \quad u = \frac{-S}{R}\cdot y(t)$$

روش (MA) ← میانگین متحرک

قانون کنترل : $Ay = Bu + C\cdot e$;

$$\Rightarrow Ay = B\cdot\left(\frac{-S}{R}\cdot y\right) + C\cdot e$$

طرفین وسطین

$$y(t) = \frac{CR}{AR+BS}\,e(t) = \frac{C(B^{+}\cdot R_1)}{q^{d-1}\cdot B^{+}\cdot C}\,e(t)$$

$R_1 = d-1$; $R = R_1\cdot B^{+}$

$$y(t) = \frac{R_1}{q^{d-1}}\cdot e(t) \Rightarrow y(t) = \left[1 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} + \cdots + r_{d-1} q^{-(d+1)}\right]\cdot e(t)$$

(mph یا N.mph)

$R_1 = d-1$

$d = A^{\circ} - B^{+\circ}$

* مثال ۳-۴ صفحه ۱۷۸ کتاب : همان سیستم مثال ۳-۱ صفحه ۱۱۸ کتاب است :

کنترل کننده باعث حذف B می شود

$$\frac{B}{A} = \frac{(b_0 q + b_1)}{q^2 + a_1 q + a_2} \quad ; \quad C = q^2 + c_1 q + c_2 \ (MA)$$

روش حداقل واریانس

① $\left|\frac{b_1}{b_0}\right| < 1 \Rightarrow$ mph $\Rightarrow$ MV $\rightarrow$ $y(t) = e(t)$

روش میانگین متحرک

② if $\left|\frac{b_1}{b_0}\right| > 1 \Rightarrow$ MA $\rightarrow$ $y(t) = (1 + r_1 q^{-1})\,e(t)$

- mph مثال : $B = q + 0.5$ ← در داخل دایرهٔ واحد قرار می گیرد
- N.mph مثال : $B = q + 8$ ← در خارج دایرهٔ واحد قرار می گیرد

* تا صفحه ۱۷۹ کتاب تدریس داده شده است .

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

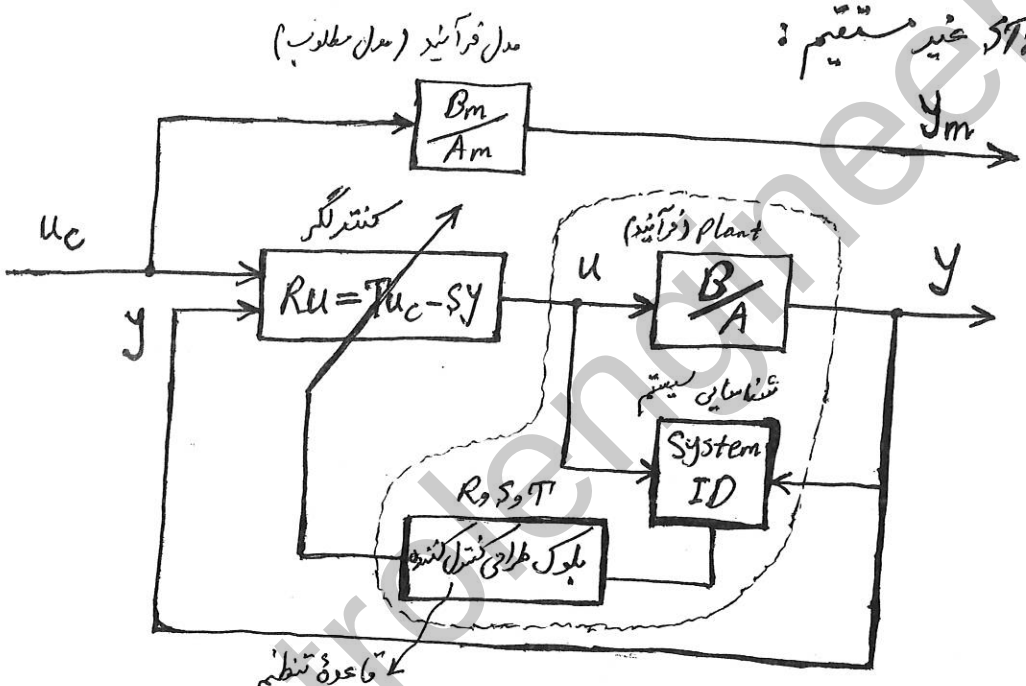
(جلسهٔ دوازدهم)

ادامهٔ فصل ③ - رگولاتورهای خودتنظیم — از صفحهٔ ۱۳۵ به بعد

- رگولاتورهای خودتنظیم قطعی (غیر مستقیم):

- در روش STR قطعی (سیستم $\frac{B}{A}$)
  - $\frac{B}{A}$ معلوم فرض می شود.
  - $\frac{B}{A}$ شناسایی می شود.

- بلوک دیاگرام STR غیر مستقیم:



هدف طراحی: تعقیب مدل

شرایط طراحی: حداقل درجهٔ کنترل کننده

روش طراحی: جایابی قطب

الگوی طراحی: $\frac{Bm}{Am}$ (مدل مطلوب)

حالت‌های ممکن:
- سیستم M.ph (می نیمم فاز)
- سیستم NM.ph (غیر می نیمم فاز)

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- روش طراحی STR مستقیم (رگولاتور خودتنظیم مستقیم): ← (ص ۱۳۵ کتاب)

بجای شناسایی A و B و سپس طراحی کنترل کننده، با ترکیب کنترل کننده و مدل سیستم R، S و T را در روش حداقل مربعات LS شناسایی می‌کنیم. به این ترتیب مراحل محاسبات کاهش یافته و به کنترل کننده سریع‌تری دست می‌یابیم. مثلاً اگر زمان انجام محاسبات روش غیر مستقیم 5ms باشد، در روش مستقیم می‌توان از ازای هر 2ms کنترل کننده جدیدی طراحی نمود و در سیستم بکار برد که این موجب بهبود مشخصات سیستم حلقه بسته حاوی کنترل کننده می‌باشد.

مدل خود سیستم (فرآیند): $A \cdot y(t) = B \cdot u(t)$

اغتشاش: $(v = 0)$

پاسخ مطلوب: $A_m \cdot y_m(t) = B_m \cdot u_c(t)$

(معادلهٔ دیوفانتین) $A'_c = A_o \cdot A_m = A \cdot R' + B^- \cdot S$ ①

با ضرب y در طرفین معادلهٔ ① $\longrightarrow$ $A_o \cdot A_m \cdot y = R' \cdot \underbrace{(A \cdot y)}_{=B \cdot u} + B^- \cdot S \cdot y$

$\Rightarrow A_o \cdot A_m \cdot y = R' \cdot B u + B^- \cdot S y$ ②

$R = R' \cdot B^+ \longrightarrow R'B = \underbrace{R' \cdot B^+}_{R} \cdot B^- = R \cdot B^-$ ③

②, ③ $\Longrightarrow$ $A_o \cdot A_m \cdot y = \bar{B}(R \cdot u + S \cdot y) = (\bar{B} \cdot R) \cdot u(t) + (\bar{B} \cdot S) \cdot y(t)$

$\Longrightarrow$ $u(t) = \tilde{R} \cdot u(t) + \tilde{S} \cdot y(t)$ ④ $\Leftarrow \begin{cases} \tilde{R} = \bar{B} \cdot R \\ \tilde{S} = \bar{B} \cdot S \end{cases}$

خروجی کنترل

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ s_0 \\ s_1 \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{matrix} \} \tilde{R}(q) \\ \\ \\ \} \tilde{S}(q) \end{matrix}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- حالت های ممکن در حل معادله ④ به روش L.S :

حذف همهٔ صفرهای فرآیند

① حالت M.ph $\xrightarrow{\text{می نیمم فاز}}$ $\boxed{B = B^{+}\cdot B^{-} = B^{+}\cdot b_0}$ $\longrightarrow$ $\boxed{B^{-} = b_0}$

۲- حالت NM.ph $\xrightarrow{\text{غیر می نیمم فاز}}$ $\boxed{B = B^{+}\cdot B^{-}}$

قبلاً R تکین بود. $\longrightarrow$ $\boxed{\tilde{R} = b_0 \cdot R = \text{غیر تکین}}$

- برای رسیدن به بهرهٔ DC $\longleftarrow$ $\dfrac{B_m(1)}{A_m(1)}$:

حالت خاص (حذف همهٔ صفرهای فرآیند): $\boxed{B_m = q^{d_0}\cdot A_m(1)}$

* صفحهٔ ۵۰ و ۵۱ کتاب مطالعه شود.

$$\boxed{d_0 = A^{0} - B^{0}}$$

بردار پارامتر

$$\theta = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_L \\ \hline s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_L \end{bmatrix} \begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix} r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_L \end{matrix}}\right\} \tilde{R} \\ \left.\vphantom{\begin{matrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_L \end{matrix}}\right\} \tilde{S} \end{matrix}$$

بردار رگرسیون: $\boxed{\varphi^{T}(t) = \left[u(t) \cdots u(t-L) \,\middle|\, y(t) \cdots y(t-L)\right]}$

A^{*} : برای تولید توانهای منفی q در صفحهٔ ۱۱۲ استفاده شده است.

معادلهٔ رگرسیون: $\boxed{\eta(t) = A_0^{*}(q^{-1})\cdot A_m^{*}(q^{-1})\cdot y(t) = \varphi^{T}(t-d_0)\,\theta}$

صفحه ۵۰ و ۵۱ کتاب

روش حداقل مربعات (روش LS): $\boxed{\theta = (\varphi^{T}\varphi)^{-1}\cdot \varphi^{T}\cdot y}$

بزرگ

خروجی کمکی

$$\Longrightarrow \boxed{\eta(t) = A_0^{*}(q^{-1})\cdot A_m^{*}(q^{-1})\cdot y(t) = \varphi^{T}(t-d_0)\cdot\theta}$$

$$\Longrightarrow \boxed{y(t) = \frac{1}{A_0\cdot A_m}\cdot(R\cdot u + S\cdot y) = R^{*}\cdot u_f(t-d_0) + S^{*}\cdot y_f(t-d_0)}$$

خروجی اصلی — همان $\tilde{R}$ — همان $\tilde{S}$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\begin{cases} u_f = \dfrac{1}{A_0^*(q^{-1})\cdot A_m^*(q^{-1})}\cdot u(t) \\ y_f = \dfrac{1}{A_0^*(q^{-1})\cdot A_m^*(q^{-1})}\cdot y(t) \end{cases}$$

$u_f(t)$: فرم فیلتر شدهٔ

$y_f(t)$: فرم فیلتر شدهٔ

$$L = (A_0 \cdot A_m)^\circ - d_0 = S^\circ = R^\circ$$

الگوریتم ۳-۳ (STR مستقیم برای سیستم Mph) : ← (صفحهٔ ۱۳۸ کتاب)

ضرایب چندجمله‌ای R و S را به کمک روش RLS تخمین می‌زنیم.

① گام:
$$\begin{cases} y(t) = R^*\cdot u_f(t-d_0) + S^*\cdot y_f(t-d_0) \\ \hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t)\cdot \varepsilon(t) \end{cases}$$

← رابطهٔ (۳-۲۲) کتاب

* مثال برای تبدیل R به R^* :

$$\begin{cases} R(q) = q^2 + 3q + 4 \\ R^*(q) = q^{-2}\cdot R(q) = 1 + 3q^{-1} + 4q^{-2} \end{cases}$$

② گام: $R^*\cdot u = T^*\cdot u_c - S^*\cdot y$ ← سیگنال کنترل تعیین می‌شود

$$T^* = A_0^*\cdot A_m(1)$$

$$A^\circ = d_0 - 1$$

— در صورت نیاز به حذف ضریب ثابت b_0 می‌توان R^* و S^* را که همان $\bar{R}^*$ و $\bar{S}^*$ است، بر هم تقسیم نموده و عامل مشترک که همان b_0 است را حذف کرد.

* **مثال ۳-۷ صفحهٔ ۱۳۹ کتاب** : می‌خواهیم کنترل کننده به روش RST مستقیم طراحی کنیم:

← همان سیستم مثال ۳-۱ کتاب

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad \text{و} \quad d_0 = 1$$

از روی مدل گسسته ← $B^\circ = 1$ و $A^\circ = 2$: طراحی با روش مستقیم

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$G_D(q)=\frac{0.1q+0.09}{q^2-1.4q+0.4}$$: تابع تبدیل گسسته زمان سیستم

$A_m^\circ=2$; $A_0^\circ=0 \leftarrow A_0^\circ=A^\circ-B^\circ-1=2-1-1=0 \Rightarrow A_0=1$

$B_m=q^{d_0}A_m(1)=q\cdot A_m(1) \leftarrow d_0=1$

$T=q\,A_m(1)=t_0\,q \leftarrow T=A_0A_m(1)$

$R^\circ=S^\circ=T^\circ=A^\circ-1=1$; با توجه به معادله دیوفانت داریم: $y(t)=R^*u_f(t-d_0)+S^*y_f(t-d_0)$

$\Rightarrow y(t)=r_0\cdot u_f(t-1)+r_1u_f(t-2)+s_0\cdot y_f(t-1)+s_1\cdot y_f(t-2)$

$\Rightarrow u(t)=u_f(t)+a_{m_1}\cdot u_f(t-1)+a_{m_2}\cdot u_f(t-2)$: سیگنال ورودی

$\Rightarrow y(t)=y_f(t)+a_{m_1}\cdot y_f(t-1)+a_{m_2}\cdot y_f(t-2)$: سیگنال خروجی

قانون کنترل $RU=Tu_c-Sy$

$$\Rightarrow \hat r_0u(t)+\hat r_1\cdot u(t-1)=\hat t_0u_c(t)-\hat s_0\cdot y(t)-\hat s_1\cdot y(t-1)$$

$\hat t_0=1+a_{m_1}+a_{m_2} \leftarrow T^*=A_0^*A_m^*(1)$

پارامترهای تخمین $\Leftarrow$ $\hat r_0, \hat r_1, \hat s_0, \hat s_1$

$$\begin{cases} u_f(t)=\dfrac{u(t)}{1+a_{m_1}q^{-1}+a_{m_2}q^{-2}} \\ y_f(t)=\dfrac{y(t)}{1+a_{m_1}q^{-1}+a_{m_2}q^{-2}} \end{cases}$$

این‌ها رابطه ورودی و خروجی معادله دیوفانتین خطی است که در بالا قبلاً نوشتیم.

* فصل ۴ کتاب تا صفحه ۱۷۹ گفته شده و بقیه حذف است.

controlengineers.ir

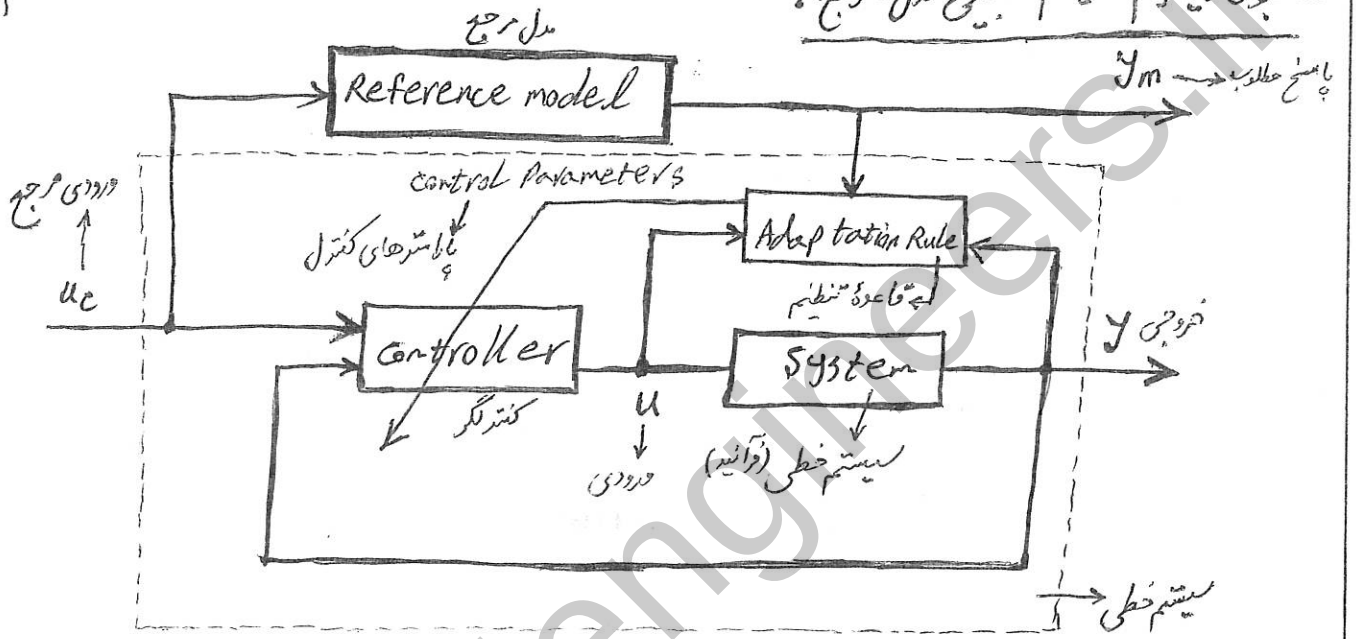
اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

فصل پنجم (سیستم های تطبیقی مدل مرجع): (جلسهٔ سیزدهم)

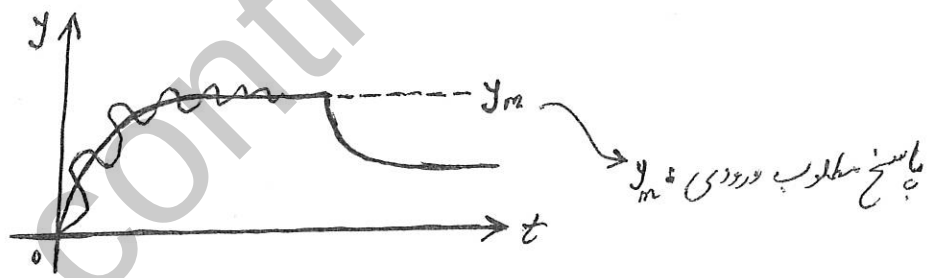
← ص ۲۲۹ کتاب

- روشهای اصلی طراحی کنترل تطبیقی:
  1. * STR ← Self-Tuning Regulator
  2. MRAS (MRAC) ← Model-Reference Adaptive System

- بلوک دیاگرام سیستم تطبیقی مدل-مرجع:



- مشخصات اصلی مدل مرجع: یک تابع تبدیل خطی با مشخصات پاسخ دهی مطلوب



- روش MIT rule مبنای MRAS است.

MIT rule + Liapanor = MRAS
MRAS مبنای

- روش MRAS: در سیستم MRAS رفتار مطلوب سیستم به کمک یک مدل مرجع مشخص می شود و پارامترهای کنترلگر بر اساس خطایی تنظیم می شوند که تفاوت بین خروجی های سیستم حلقه-بسته و مدل مرجع است.

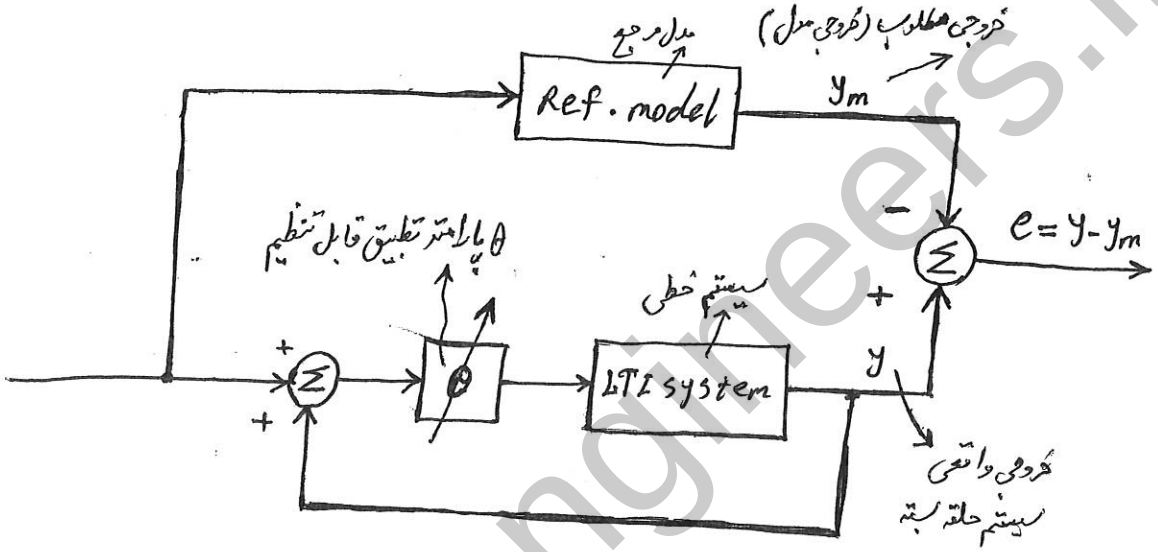
controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

۲- روش MIT rule : ← صفحه ۲۳۰ کتاب

در MIT rule شروع طراحی حاوی محدودیت های نامشخص است و طراحی به راحتی انجام نمی شود.

- در برخی شرایط بدلیل غیرخطی بودن ذات سیستم MRAS ناگزیر به بررسی پایداری هستیم که منجر به اعمال محدودیت هایی به کنترل کننده می شود و گاهی فرم کنترل کننده را تکامل می دهد.



e : خطای خروجی واقعی و مطلوب

$$e = y - y_m$$

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2$$ (J تابع هزینه یا تلف):

هدف طراحی: صفر کردن e است یعنی دنبال کردن دقیق y_m.

- یک امکان تنظیم پارامتر θ به گونه ای است که تابع هزینهٔ $J(\theta)$ حداقل گردد.

- ابزار کنترل تغییر θ پس $\theta = f(t)$ در حالت کلی می باشد.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = \frac{-\gamma}{2} \cdot 2 \cdot e \cdot \frac{\partial e}{\partial \theta}$$

γ (عدد ثابت) : بهرهٔ تطبیق

$J(\theta)$: تابع هزینه یا تلف

$\frac{\partial e}{\partial \theta}$: مشتق حساسیت سیستم

$$\Rightarrow \text{MIT قاعدهٔ :} \quad \frac{d\theta}{dt} = -\gamma . e . \frac{\partial e}{\partial \theta}$$

θ : پارامتر یا پارامترهای مجهول کنترل کننده است (پارامتر تطبیق)

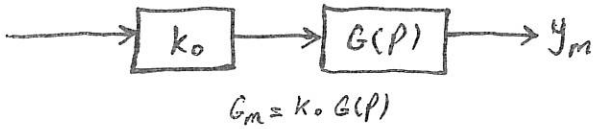
$\bar{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$ برای کنترل کننده های پیچیده θ بصورت یک بردار نظر گرفته می شود.

controlengineers.ir

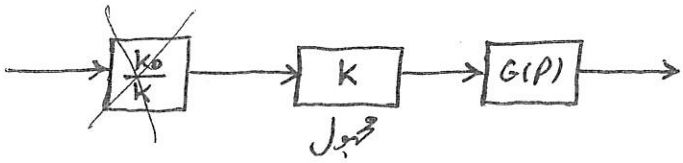
اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

* **مثال (۵-۱) : تطبیق بهرهٔ پیش‌فورواردی** ← صـ ۲۳۲ کتاب

در این مسئله فرض می‌شود که فرآیند خطی و دارای تابع انتقال kG است :



p : اپراتور مشتق ($p = \frac{d(\cdot)}{dt}$)



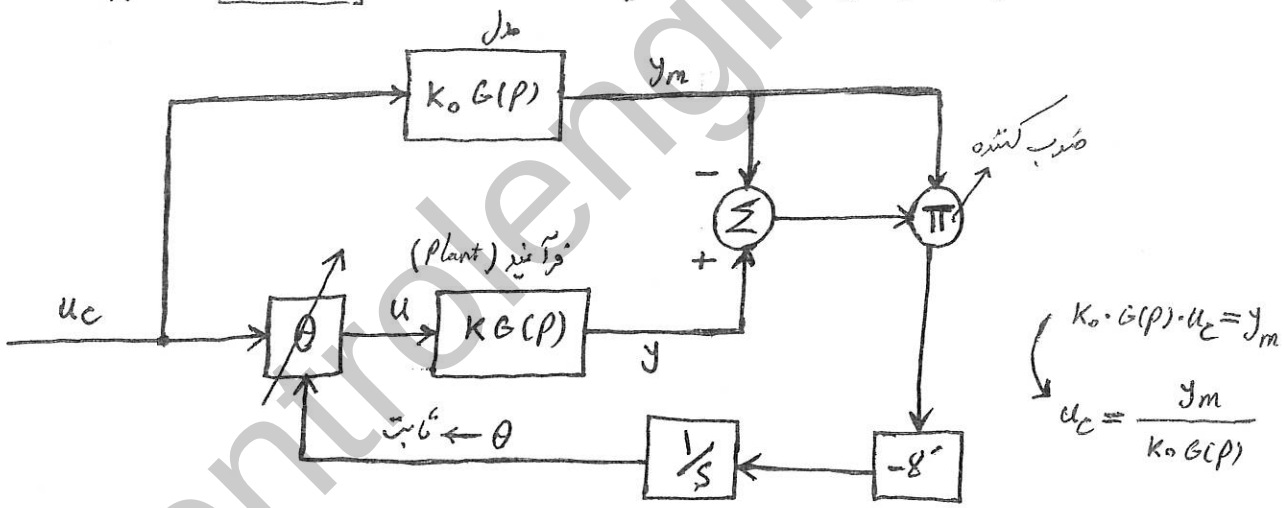
k_0 : معلوم و G : معلوم
k : مجهول

– چون k مجهول است نمی‌توانیم با بهرهٔ $\frac{k_0}{k}$ سیستم را جبران کنیم.

– θ نهایی باید برابر $\frac{k_0}{k}$ شود تا سیستم تحت کنترل دقیقاً برابر سیستم مرجع شود: $\boxed{\theta = \frac{k_0}{k}}$

– پارامتر مجهول سیستم به این روش شناسایی می‌شود :

$$2 = \frac{k_0}{k} \Rightarrow \boxed{k = \frac{k_0}{2}}$$



$$k_0 \cdot G(p) \cdot u_c = y_m \quad \Rightarrow \quad u_c = \frac{y_m}{k_0 G(p)}$$

کنترلگر پیش‌فورواردی : $\boxed{u = \theta u_c}$

خطای سیستم : $\boxed{e = y - y_m = k \cdot G(p) \cdot \theta \cdot u_c - k_0 \cdot G(p) \cdot u_c}$ ← $\begin{cases} y_m = k_0 G(p) \cdot u_c \\ y = kG(p)\theta \cdot u_c \end{cases}$

مشتق حساسیت : $\boxed{\frac{\partial e}{\partial \theta} = k \cdot G(p) \cdot u_c = K \cdot G(p) \cdot \frac{y_m}{k_0 \cdot G(p)} = \frac{k}{k_0} \cdot y_m}$

قانون تطبیق (قاعدهٔ MIT) : $\boxed{\frac{d\theta}{dt} = -\delta \cdot e \cdot \frac{k}{k_0} \cdot y_m = -\delta' \cdot e \cdot y_m}$

– δ' سرعت تطبیق θ و مقدار نهایی (سرعت همگرایی θ) را تعیین می‌کند.

– در طراحی MRAS از تقریب‌های متعددی استفاده می‌شود. فرض اصلی طراحی MRAS تغییرات کُند پارامتر [illegible]

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- گرچه طراحی MRAS برای سیستم های مرتبهٔ بالا مشکل است؛ این سیستم ها را می توان با سیستم های مرتبهٔ پائین تر تقریب زد و بخصوص برای سیستم های مرتبهٔ اول طراحی به راحتی صورت می پذیرد.

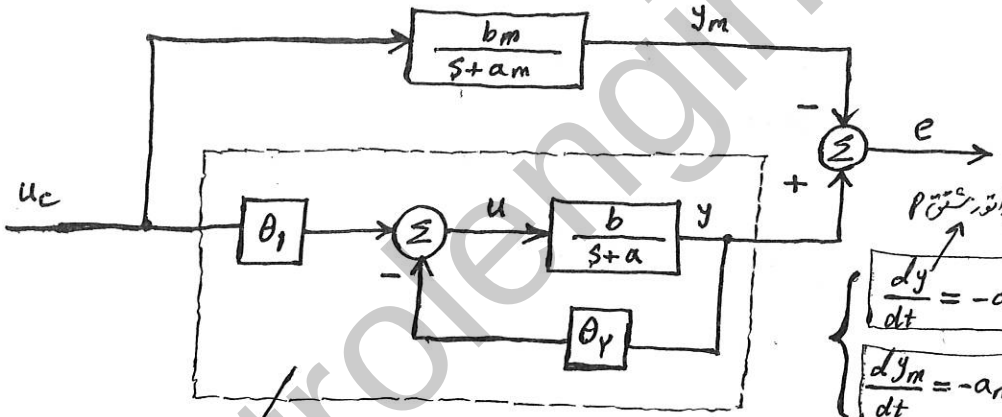
* یادآوری (روش STR):

$$RU = TU_c - Sy$$

$$u = \frac{T}{R}u_c - \frac{S}{R}\cdot y$$

$$u = \theta_1 \cdot u_c - \theta_2 \cdot y$$: قانون کنترل

* مثال (۵-۲): روش MRAS برای یک سیستم مرتبهٔ اول: ← ص ۲۳۴ کتاب



اپراتور مشتق P

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu$$ سیستم اصلی

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y + b_m u_c$$ سیستم مطلوب

قانون کنترل: $u = \theta_1 u_c - \theta_2 y$ ⇐

final value: (پارامترهای تطبیقی)

$$\theta_1 = \theta_1^\circ = \frac{b_m}{b}$$

$$\theta_2 = \theta_2^\circ = \frac{a_m - a}{b}$$

- ظاهراً با رسیدن θ_1 به θ_1° و θ_2 به θ_2° کنترل کننده کامل شده و پاسخی شبیه مدل مرجع ایجاد خواهد کرد. این موضوع «تعقیب مدل کامل» می نامند.

* یادآوری (اصل هم ارزی قطعیت):

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$1 = x_1^\circ \; ; \; x_2^\circ = 2 \longrightarrow 1+2=3$$

$$1.2 = x_1^\circ \; ; \; x_2^\circ = 1.8 \longrightarrow 1.2 + 1.8 = 3$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

* **یادآوری:** اپراتور مشتق: $p = \frac{d}{dt}$

با توجه به معادلات سیستم اصلی و سیستم مطلوب و قانون کنترلی معادلات رویروط را داریم:

$$y = \frac{b\theta_1}{p + a + b\theta_2} \cdot u_c \quad ; \text{ با حضور } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

$$y_m = \frac{b_m}{p + a_m} \cdot u_c$$

$$e = y - y_m \Rightarrow e = \frac{b\theta_1}{p+a+b\theta_2} \cdot u_c - \frac{b_m}{p+a_m} \cdot u_c \quad \text{خطای سیستم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{b}{p+a+b\theta_2} \cdot u_c \\ \frac{\partial e}{\partial \theta_2} = \frac{b^2\theta_1}{(p+a+b\theta_2)^2} = \frac{-b}{p+a+b\theta_2} \cdot y \end{cases}$$

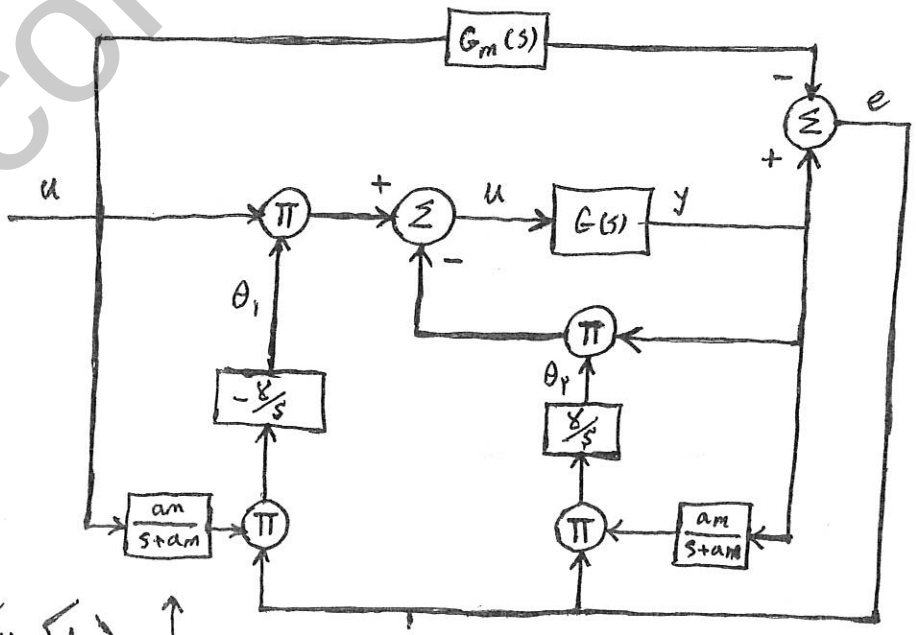
مشکل اینست که a و b معلوم نیست.

$$p + a + b\theta_2 \triangleq p + a_m$$

- راه حل: استفاده از تقریب رویرو:

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma \cdot \left[\frac{a_m}{p+a_m}\right] u_c \cdot e \\ \frac{d\theta_2}{dt} = +\gamma \cdot \left[\frac{a_m}{p+a_m}\right] y \cdot e \end{cases}$$ طبق قاعده MIT

- در این مثال هم، ضرایب ثابت توابع می‌توانند در کا لحاظ شود. [مثل مقدار b]



← بلوک دیاگرام صفحه ۲۳۶ کتاب

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ چهاردهم)

— بررسی محدودیت های روش MIT و معرفی MIT با ورودی نرمالیزه :

موضوع فوق مقدمه ورود به بحث طراحی MRAS به کمک تابع لیاپانوف است .

$\boxed{\text{روش MIT} \longrightarrow \text{MIT اصلاح شده} \longrightarrow \text{لیاپانوف}}$

— اپراتور مشتق :

← ص ۲۳۴ کتاب

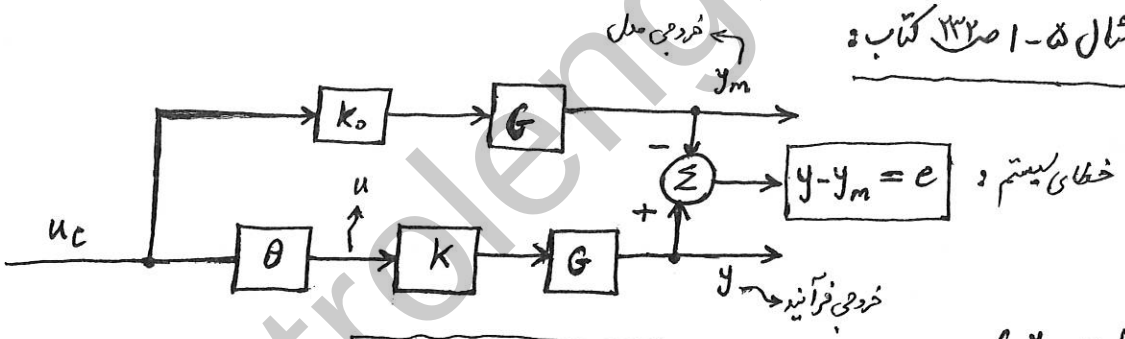
$G(p)$: تابعی از p

p : اپراتور مشتق گیری $\left(\frac{d()}{dt}=p\right)$

$$\longrightarrow \begin{cases} G_p(\theta.u) \\ P(\theta.u)=\frac{d\theta}{dt}.u+\theta.\frac{du}{dt} \end{cases}$$

* $\boxed{\text{مثال}}$:

— بلوک دیاگرام مثال ۵-۱ ص ۲۳۲ کتاب :



$$\begin{cases} y_m=k_0.G \\ y=k.G.\theta \end{cases} \longrightarrow \text{قاعدهٔ MIT} : \boxed{\frac{d\theta}{dt}=-\gamma.y_m.e}$$

برای محاسبهٔ θ :

$$\gamma=\frac{\gamma'.k}{k_0}$$

— همگرایی خطا و پارامتر : ← ص ۲۳۸ کتاب

در یک سیستم کنترل تطبیقی خطا همیشه به سمت صفر میل می کند ولی ممکن است θ به سمت θ° صحیح همگرا نشود.

* $\boxed{\text{مثال ۵-۳ ص ۲۳۹ کتاب}}$:

با فرض $\boxed{G(s)=1} \longrightarrow \begin{cases} y=ku & \text{: مدل فرآیند} \\ u=\theta u_c & \text{: قانون کنترل} \\ y_m=k_0\,u_c & \text{: خروجی مطلوب} \end{cases}$

$$\hookrightarrow \boxed{e=(k\theta-k_0)u_c=k\left(\theta-\frac{k_0}{k}\right)u_c}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

رابطه ① : $e = k(\theta - \theta^*)u_c$ ← $\theta^* = \frac{k_0}{k}$ ← مقدار نهایی $\theta = \theta^*$

$\Longrightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot y_m \cdot e \Rightarrow \boxed{\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot k^2 \cdot u_c^2 (\theta - \theta^*)}$: قاعدهٔ MIT

در حالت خاص تعاریف سیستم فوق (جواب معادلهٔ دیفرانسیل MIT فوق) $\Longrightarrow$

$$\theta(t) = \theta^* + [\theta(0) - \theta^*] e^{-[\gamma k^2 \cdot I_t]}$$

$$I_t = \int_0^t u_c^2(t)\, dt$$

رابطهٔ ② :

② از $\Longrightarrow$ ① $\Longrightarrow$ $\boxed{e(t) = k \cdot u_c(t) [\theta(0) - \theta^*] \cdot e^{-\gamma k^2 \cdot I_t}}$

- منظور رساندن خطا به صفر که هدف کنترل تطبیقی است. پارامتر θ به سمت مقدار مشخصی میل می‌کند. این مقدار ثابت ممکن است مقدار صحیح باشد یا نباشد. (یعنی لزوماً پارامتر θ به سمت مقدار صحیح خود همگرا نمی‌شود.)

- تعیین بهرهٔ تطبیق (در مسئلهٔ طراحی کنترل پیشخور): ← ص ۲۴۰ کتاب

سیستم با معادلات زیر را در نظر بگیرید (مشابه مثال ۵-۱):

y : خروجی فرآیند

y_m : خروجی مدل

u_c : ورودی کنترل

θ : پارامتر تطبیق

$$y = k \cdot G(p) \cdot u \quad ⑤$$

$$y_m = k_0 \cdot G(p) \cdot u_c \quad ①$$

$$u = \theta \cdot u_c$$

$$e = y - y_m \quad ② \longrightarrow e = kG(p)\overbrace{u}^{\theta u_c} - k_0 G(p) \overbrace{u_c}^{y_m}$$

قاعدهٔ MIT ← $\boxed{\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot y_m \cdot e}$ ③ $\longrightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot y_m \cdot [kG(p)\theta u_c - y_m]$

با حذف y و u و ② و ⑤ $\Longrightarrow$ ③

$$\boxed{\frac{d\theta}{dt} + \gamma \cdot y_m \cdot [k \cdot G(p) \cdot \theta \cdot u_c] = \gamma \cdot y_m^2}$$ ④ معادلهٔ پارامتر

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{d\theta}{dt} + 8.y_m^{\circ}.u_c^{\circ}\left(k.G(p).\theta\right) = 8.y_m^{\circ\,2}}$$

معادله مشخصه

$$\Longrightarrow \boxed{s + 8.y_m^{\circ}.u_c^{\circ}\,k\,G(p) = 0} \quad (5) \qquad \text{و} \qquad \boxed{M = 8.y_m^{\circ}.u_c^{\circ}.k} \quad (6)$$

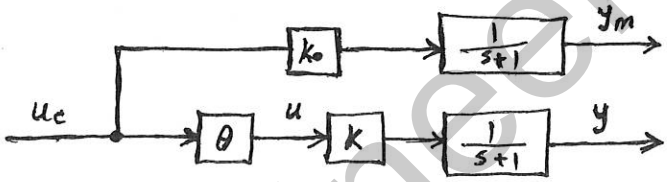
← رفتار پارامتر به کمک کمیت M مشخص می‌شود

* **مثال ۵-۴ (انتخاب بهره تطبیق)** : ← صد ۲۴۱ کتاب

فرض : $\boxed{G(s) = \frac{1}{s+1}}$

همان سیستم مثال ۵-۱ را در نظر می‌گیریم:

فرض $\begin{cases} k=1 \\ k_0=2 \\ y_m=1 \end{cases}$ $\Longrightarrow$ از معادله (5) $\Longrightarrow$ $\boxed{s^2+s+M = s^2+s+8.y_m^{\circ}.u_c^{\circ}.k = 0}$: معادله مشخصه



جواب معادله فوق : $\boxed{s = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\times 8\,y_m^{\circ}.u_c^{\circ}.k}}{2}}$ و $s = \frac{d\theta}{dt}$

← شرط پایداری سیستم اینست که u_c کوچک انتخاب شود.

← تحت شرایط : $4\times 8\,y_m^{\circ}.u_c^{\circ}.k \leq 1$ سیستم کار می‌کند و پایدار است.

* **مثال ۵-۵** : ← صد ۲۴۲ کتاب

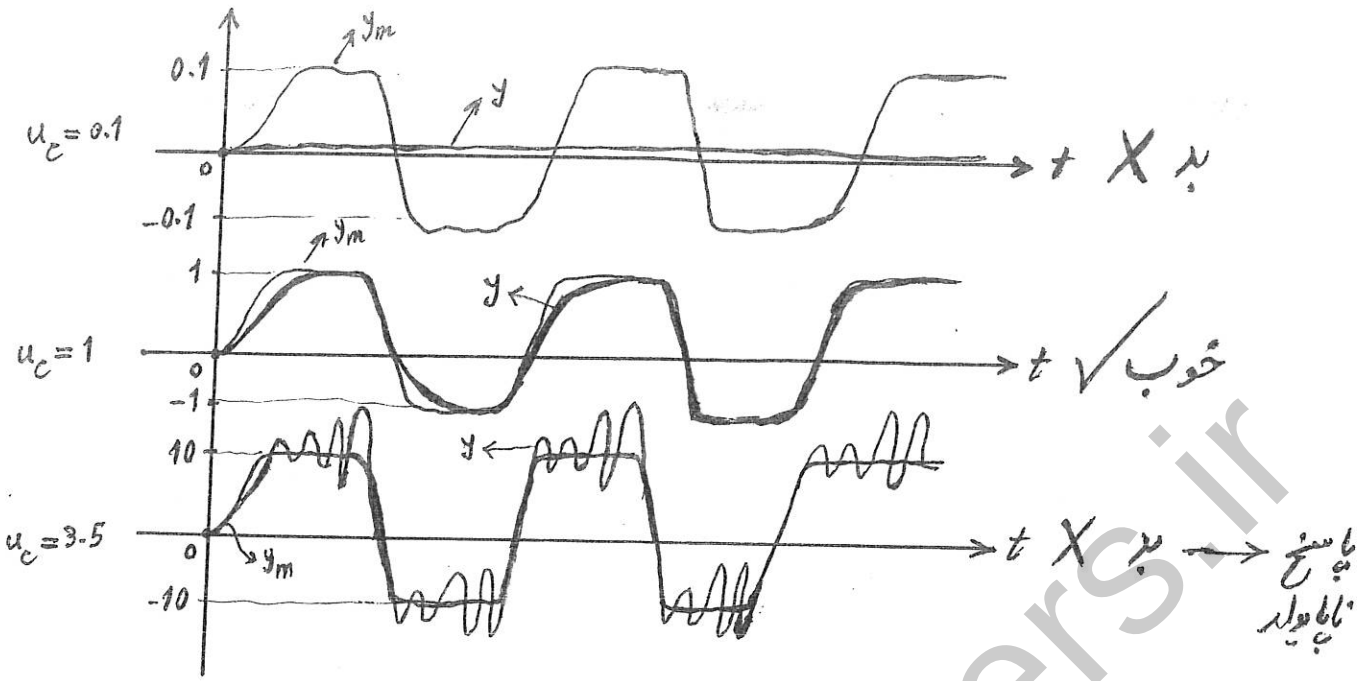
- تابع انتقال G را بصورت زیر فرض کنید:

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{s^2+a_1 s+a_2}} \longrightarrow \boxed{s^3+a_1 s^2+a_2 s+M=0} \Longrightarrow \boxed{M = 8\,y_m^{\circ}u_c^{\circ}\,k}$$

- پایداری در روش MIT به دامنه ورودی u_c مطلوب وابسته است و در یک سیستم مرتبه بالا ممکن است فقط به ازای دامنه‌های مشخصی سیستم پایدار باشد و کمتر یا بیشتر از آن دامنه منجر به ناپایداری سیستم گردد.

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

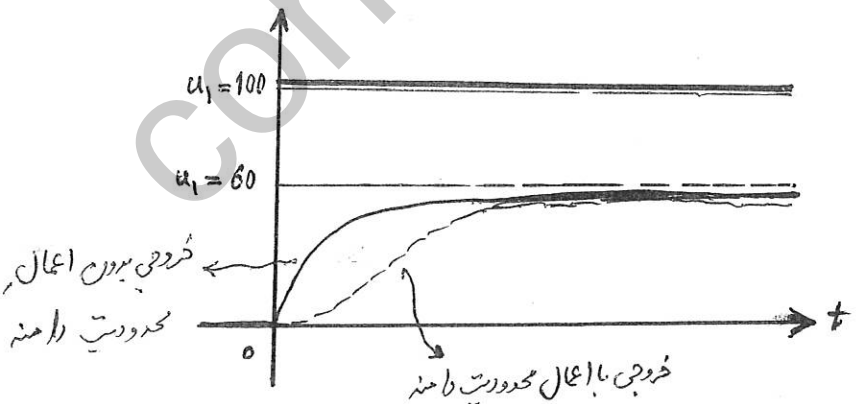


– شکل فوق نشان می‌دهد که نرخ همگرایی به دامنهٔ سیگنال ورودی مطلوب u_c وابسته است.

(جلسهٔ پانزدهم)

– محدودیت دامنه در MRAS مبتنی بر قاعدهٔ MIT :

عملکرد سیستم ما ممکن است آن عملکرد مطلوب مورد نظر نباشد. مثلاً اگر محدودیت دامنه اعمال شود، ممکن است سرعت سیستم کاهش یابد.



– بهبود MIT rule (الگوریتم نرمالیزه کردن) :

قاعدهٔ MIT در حالت عادی :

$$\frac{d\theta}{dt} = \delta \cdot e \cdot \left(\frac{-\partial e}{\partial \theta}\right)$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\varphi \triangleq \frac{-\partial e}{\partial \theta} \Rightarrow \boxed{\frac{d\theta}{dt} = \gamma . \varphi . e}$$: قاعدهٔ MIT ساده

$$\boxed{\frac{d\theta}{dt} = \frac{\gamma . \varphi . e}{\alpha + \varphi^T . \varphi}}$$ ← الگوریتم نرمالیزه کردن یا روش نرمالیزه کردن (قاعدهٔ MIT نرمالیزه شده)

← شبیه سازی مربوط به این قسمت در صص ۲۴۳ و ۲۴۴ کتاب آمده است.

← برای جلوگیری از مشکل تقسیم بر صفر وقتی $\varphi \to 0$ است. ← $(\alpha \neq 0)$

— حساسیت روش MIT به انتخاب γ، موضوع مهم و پیچیده ای است و برای پایداری سیستم به انتخاب γ وابسته است. در نتیجه طراحی MRAS مبتنی بر MIT به جز برای سیستم های خیلی ساده چالش برانگیز است. حتی در سیستم های ساده هم به دلیل اجبار برای کوچک انتخاب کردن γ ممکن است عملکرد (Performance) مناسب ایجاد نشود.

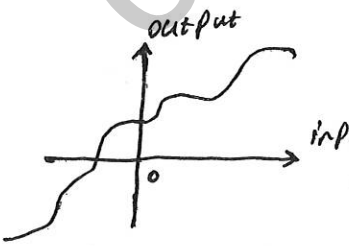
— طراحی کنترل تطبیقی براساس نظریهٔ لیاپانوف: ← صص ۲۴۶ کتاب

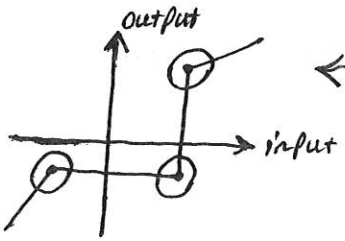
* یادآوری:

سیستم خطی { نامتغیر با زمان / متغیر با زمان

سیستم غیرخطی ← متغیر یا نامتغیر با زمان

- با تغییرات نرم (Soft nonlinear)
- با تغییرات سخت (Hard nonlinear) ← با پرش





controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- نظریهٔ لیاپانوف برای سیستم های خطی و غیرخطی متغیر با زمان یا نامتغیر با زمان بررسی پایداری انجام می دهد.

- در روش های مرسوم بررسی پایداری در سیستم های خطی، بررسی خود سیستم از نظر محل قطب و صفر منجر به بررسی پایداری می شود.

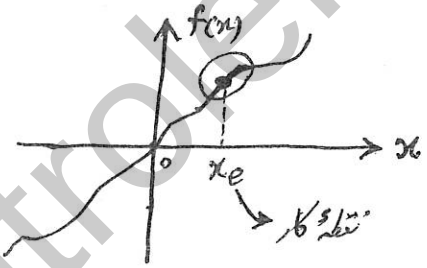
- در روش لیاپانوف از پایداری پاسخ سیستم به پایداری خودِ سیستم می رسیم.

- در کنترل تطبیقی با سیستم های متغیر با زمان سروکار داریم.

طراحی کنترل براساس نظریهٔ لیاپانوف :

① **روش اول لیاپانوف** : در این روش فرض می کنیم $\dot{x}=f(x)$ را داریم و تابع $f(x)$ غیرخطی را حول نقطهٔ کار x_e خطی می کنیم. (سیستم حول نقطهٔ کار x_e خوب کار می کند.)

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x)\\ x=x(t)\end{cases}$$ پردازحالت :



- روش اول لیاپانوف براساس خطی سازی تابع غیرخطی حول نقطهٔ کار مشخص بنا شده است. براین اساس سیستم غیرخطی حول نقطهٔ کار به کمک کنترل کننده مبتنی بر سیستم خطی سازی شده بطور پایدار عمل می کند ولی تضمینی برای پایداری در نقاط کار دیگر دور تر از نقطهٔ کار خطی سازی شده وجود ندارد.

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x)\\ x=x(t)\end{cases} \longrightarrow \boxed{\dot{\hat{x}}=A\hat{x}(t)}$$: سیستم خطی سازی شده

ماتریس ثابت A، ژاکوبین f در x_e است.

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

② روش دوم لیاپانوف : مسئلهٔ اصلی در اعمال روش دوم (روش مستقیم لیاپانوف) یافتن تابع V با شرایط، مثبت معین بودن است.

- روش دوم لیاپانوف : خطی ⟸ ناستغیر با زمان / متغیر با زمان ⟸ براساس معادلات مرتبهٔ ۲ (کوادراتیک) براحتی تابع V را می‌توان تعیین کرد.

غیرخطی

تابع لیاپانوف

$$\boxed{V = X^T P X}$$

ماتریس معین متقارن

مثال

$$x_1^2 + 4x_2^2 = [x_1 \ x_2]\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} = [x_1 \ 2x_2]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}\dot{x} = Ax + Bu\\ \boxed{A^T P + PA = -Q}\end{cases}$$

* قضیهٔ ۵-۴ در ص ۲۵۴ کتاب حتماً مطالعه شود.

(جلسهٔ شانزدهم)

- طراحی MRAS با استفاده از نظریهٔ لیاپانوف : ⟵ ص ۲۵۵ کتاب

همان مسئله مثال ۵-۲ را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases}\dot{y} = -a\cdot y + b\cdot u & ①\\ \dot{y}_m = -a_m\cdot y + b_m\cdot u_c\end{cases}$$

$$\boxed{u = \theta_1\cdot u_c - \theta_2\cdot y} \quad ②$$

از ② ⟹ ① ⟹ $\boxed{\dot{y} = -a\cdot y + b(\theta_1\cdot u_c - \theta_2\cdot y) = -(a+b\theta_2)\cdot y + b\cdot\theta_1\cdot u_c}$ ③

$\boxed{e = y - y_m}$ ⟹

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_m = [-(a+b\theta_2)\cdot y + b\cdot\theta_1\cdot u_c] - (-a_m\cdot y + b_m\cdot u_c) + [a_m\cdot y - a_m\cdot y]$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\longrightarrow \dot{e} = -(b\theta_2 + a - a_m)\cdot y - a_m\underbrace{(y - y_m)}_{e} + (b\theta_1 - b_m)\cdot u_c$$

$$\longrightarrow \boxed{\dot{e} = -a_m \cdot e - (b\theta_2 + a - a_m)\, y + (b\theta_1 - b_m)\, u_c} \quad (۴)$$: رابطهٔ مشتق خطا در روش MRAS

$$\Rightarrow \boxed{V(e,\theta_1,\theta_2) = \frac{1}{2}\left[e^2 + \frac{1}{b\gamma}(b\theta_2 + a - a_m)^2 + \frac{1}{b\gamma}(b\theta_1 - b_m)^2\right]} \quad ; \quad b\gamma > 0$$ تابع لیاپانوف

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = e\cdot\frac{de}{dt} + \frac{1}{\gamma}(b\theta_2 + a - a_m)\frac{d\theta_2}{dt} + \frac{1}{\gamma}(b\theta_1 - b_m)\frac{d\theta_1}{dt}} \quad (۵)$$ مشتق تابع لیاپانوف

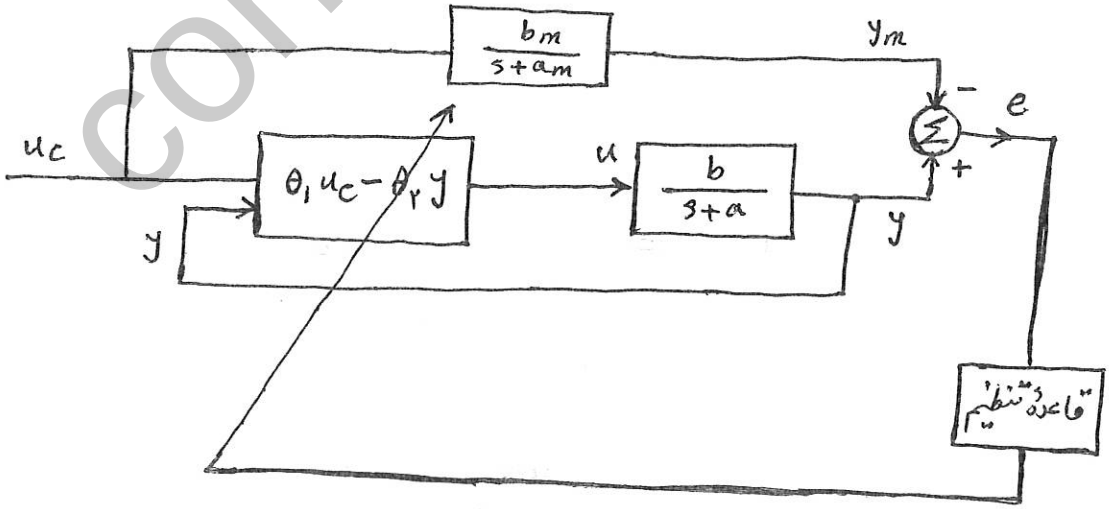
$$(۴) \text{ از } \Rightarrow (۵) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = -a_m \cdot e^2 + \dfrac{1}{\gamma}(b\theta + a - a_m)\left(\dfrac{d\theta_2}{dt} - \gamma y \cdot e\right) \\ + \dfrac{1}{\gamma}(b\theta_1 - b_m)\left(\dfrac{d\theta_1}{dt} + \gamma u_c \cdot e\right) \end{cases}$$

- اگر پارامترهای تطبیق بصورت زیر بروزرسانی شوند، خواهیم داشت:

$$\text{if} \begin{cases} \dfrac{d\theta_1}{dt} = -\gamma \cdot u_c \cdot e \\ \dfrac{d\theta_2}{dt} = \gamma \cdot y \cdot e \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = -a_m \cdot e^2 \leq 0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} < 0 & ; \ e \neq 0 \\ \dfrac{dv}{dt} = 0 & ; \ e = 0 \end{cases}}$$

γ = learning factor
(ضریب یادگیری)



- چون مشتق v نسبت به زمان نیمه معین و منفی است ($\frac{dv}{dt} \leq 0$) پس بر طبق قضیهٔ ۴-۵ کتاب داریم:

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -2a_m \cdot e \frac{de}{dt} = -2a_m \cdot e\left[-a_m \cdot e - (b\theta_2 + a - a_m)y + (b\theta_1 - b_m)\cdot u_c\right]$$

- u_c، e و y کرانداراند پس $\frac{d^2v}{dt^2}$ کراندار است در نتیجه $\frac{dv}{dt}$ بطور یکنواخت پیوسته است. لذا اینرو $e \to 0$ می شود ولی θ_1 و θ_2 ممکن است به مقادیر واقعی همگرا نشوند مگر اینکه ورودی مشخصات مناسبی داشته باشد.

- در طراحی کنترل کننده براساس نظریه لیاپانوف ابتدا رابطهٔ خطای خروجی و خروجی مطلوب (مرجع) بدست می آید. پس مشتق خطا را بگونه‌ای می نویسیم که در آن ضریب مشتق خطا قابل مشاهده باشد. به منظور تعیین تابع لیاپانوف (تابع مرتبهٔ ۲) لذا ضرایب بدست آمده در معادلهٔ مشتق خطا استفاده می کنیم. (این رابطه باید مثبت باشد) در انتخاب ضرایب این رابطه درجهٔ ۲ یک پارامتر مثبت را هم پشتیبانی می کنیم. این ضریب در مراحل بعد تعیین کنندهٔ سرعت همگرایی پارامترهای کنترل کننده (یعنی θ_1, θ_2) خواهد بود. با گرفتن مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان رابطه را طوری مرتب می کنیم که بتوانیم با صفر کردن بخشی از رابطهٔ $\frac{dv}{dt}$ مقدار نهایی معین بگیریم. با صفر کردن این بخش ها رابطهٔ پارامترهای کنترل کننده تعیین می شود.

(جلسهٔ هفدهم)

- طراحی MRAS براساس توابع لیاپانوف در حوزهٔ S.S (فضای حالت): ← صفحهٔ ۲۵۱ کتاب

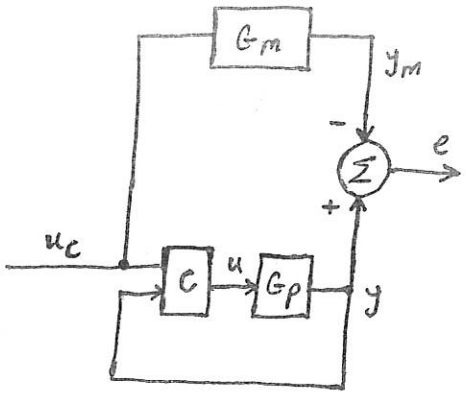
سیستم خطی دو ورودی را در نظر بگیرید:

فضای حالت

$$\begin{cases} \dot{x} = A\cdot x + B\cdot u & \text{مدل حلقه باز سیستم اصلی:} \\ \dot{x}_m = A_m \cdot x_m + B_m \cdot u_c & \text{مدل مرجع :} \end{cases}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers



(در فرم تابع تبدیل)

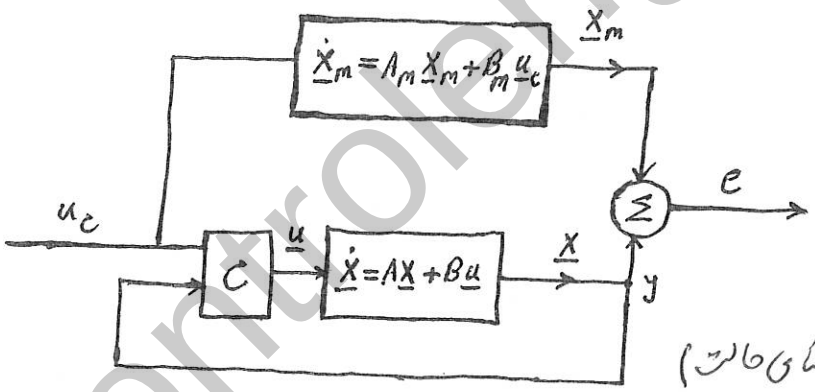
- هدف بردن $x(t)$ به سمت $x_m(t)$ است.

خروجی y می‌تواند یکی از متغیرهای حالت باشد. برای این منظور باید u فرم مناسبی داشته باشد و این هدف با طراحی سیستم کنترل با لحاظ نمودن شرط پایداری، کلک لیاپانوف انجام می‌شود.

$$e = x - x_m$$

- کنترل کننده شامل پارامترها یا پارامترهای مجهول θ است و θ در حالت کلی بردار مجهولات کنترل کننده است.

- پیاده سازی روش‌های مدرن کنترل در حوزهٔ فضای حالت انجام می‌شود.



(در فرم فضای حالت)

- هدف تساوی سیستم حلقه بسته شامل کنترل کننده و سیستم با مدل مرجع است.

ضرایب کنترل کننده (بردار یا ماتریس)

$$u = \textcircled{M} \cdot u_c - \textcircled{L} \cdot x \qquad \text{و} \qquad \text{شبیه} \quad u = \theta_1 \cdot u_c - \theta_2 \cdot y$$

$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax + B(Mu_c - L \cdot x) \Rightarrow \boxed{\dot{x} = (A - BL) \cdot x + BMu_c}$$

لذ طرفی داریم: $\boxed{\dot{x}_m = A_m \cdot x_m + B_m \cdot u_c}$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

- ماتریس های $A_c(\theta)$ و $B_c(\theta)$ توابعی از θ مجهول کنترل کننده هستند.

پس از همگرائی پارامترهای مجهول کنترل کننده به مقدار صحیح داریم.

$$\longrightarrow \boxed{\left.\begin{array}{l} A_c(\theta^\circ) = A_m \\ B_c(\theta^\circ) = B_m \end{array}\right\} \equiv \text{شرط تعقیب کامل مدل}} \Rightarrow \boxed{\left\{\begin{array}{l} A - A_m = BL \\ B_m = BM \end{array}\right.}$$

مدل حلقه بسته سیستم: $\boxed{\dot{x} = A_c(\theta)\cdot x + B_c(\theta)\cdot u_c}$

$\underbrace{A, B}$; $A_m \Longrightarrow$ L و M مجهول هستند.

از شناسایی سیستم معلوم است.

تعریف شده

ماتریسهای M و L

$$\left\{\begin{array}{l} L = (B^T B)^{-1}\cdot B^T (A - A_m) = (B_m^T \cdot B)^{-1}\cdot B_m^T \cdot (A - A_m) \\ M = (B^T B)^{-1}\cdot B^T \cdot B_m = (B_m^T B)^{-1}\cdot B_m^T B_m \end{array}\right.$$

معادله خطا: $e = x - x_m \Rightarrow \dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_m = (Ax + Bu) - (A_m \cdot x_m + B_m \cdot u_c) + \underbrace{A_m x - A_m x}_{\text{جمله اضافه شده}}$

$$\Rightarrow \dot{e} = A_m \cdot [x - x_m] + [A - A_m - BL]\cdot x + [BM - B_m]\cdot u_c$$

$$\Rightarrow \dot{e} = A_m \cdot e + [A_c(\theta) - A_m]\cdot x + [B_c(\theta) - B_m]\cdot u_c$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{e} = A_m \cdot e + \psi \cdot (\theta - \theta^\circ)}$$ با فرض تعقیب کامل مدل:

- برای بدست آوردن قانون تنظیم پارامتر، تابع لیاپانوف زیر را در نظر می گیریم:

تابع لیاپانوف: $\boxed{V(e,\theta) = \frac{1}{2}\left[\gamma \cdot e^T \cdot P \cdot e + (\theta - \theta^\circ)^T (\theta - \theta^\circ)\right]}$

P: ماتریس معین مثبت

V: ماتریس معین مثبت

مشتق تابع لیاپانوف:

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{-\gamma}{2} e^T \cdot Q \cdot e + \gamma(\theta - \theta^\circ)\cdot \psi^T \cdot P \cdot e + (\theta - \theta^\circ)^T \cdot \dfrac{d\theta}{dt} \\ \quad = \underbrace{-}_{\text{منفی}}\left[\dfrac{\gamma}{2} e^T \cdot Q \cdot e\right] + (\theta - \theta^\circ)^T \left[\dfrac{d\theta}{dt} + \gamma \psi^T P e\right] \end{array}\right.$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

که در آن Q مثبت معین است و در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$A_m^T \cdot P + P \cdot A_m = -Q$$

- قانون تنظیم پارامتر بصورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot \psi^T \cdot P \cdot e \quad ; \quad (\text{شرط برای تضمین } x \to x_m \text{ یا } e \to 0) \Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{-\gamma}{2} e^T Q e \leq 0$$

همیشه P و Q مثبت وجود دارد ⟵ با فرض پایداری A_m

نقطهٔ تعادل: $\begin{cases} \theta = \theta^* \\ \& \\ e = 0 \end{cases} \Longrightarrow V(e,\theta) = 0$

*نکته: ممکن است انتخاب های مختلفی برای تابع لیاپانوف داشته باشیم که همگی منجر به پایداری شوند. ولی با Performance های متفاوت. مثلاً همگرایی θ به سمت θ_0 یا x به سمت x_m بطور متفاوتی ممکن است انتخاب شود ولی در نهایت به یک سیستم پایدار خواهیم رسید.

- در کنترل مدل انباشت روبرو آورده شده است:

$$\dot{x} = Ax \longrightarrow \dot{x}^T = x^T A^T$$

$$V = x^T \cdot P \cdot x \quad ; \quad P \text{ ماتریس مثبت معین}$$

$$\dot{V} = \dot{x}^T P x + x^T \cdot P \cdot \dot{x}$$

$$\dot{V} = x^T \cdot A^T \cdot P \cdot x + x^T \cdot P \cdot A \cdot x$$

$$\dot{V} = x^T \underbrace{[A^T P + P \cdot A]}_{-Q} x$$

$$\dot{V} = x^T \cdot (-Q) \cdot x$$

$$\Rightarrow \boxed{A^T P + PA = -Q} \quad ; \quad Q \text{ مثبت معین است}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

(جلسهٔ هجدهم)

* مرور جلسهٔ گذشته :

بررسی متد طراحی MRAS در فضای حالت با کمک تابع لیاپانوف :

$$G(s) \equiv \dot{x} = Ax + Bu$$

$$G_m(s) \equiv \dot{x}_m = A_m \cdot x_m + B_m \cdot u_c$$

بردار خطا : $e = x - x_m$

مشتق خطا : $\dot{e} = ?$

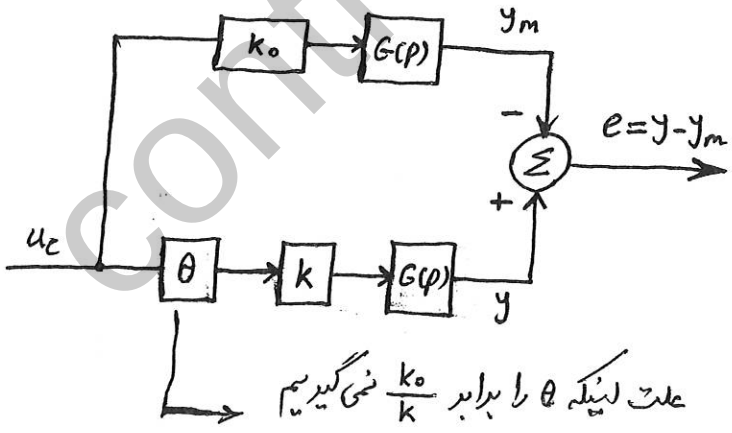
تابع لیاپانوف : $V = ?$ (مثبت معین)

مشتق تابع لیاپانوف : $\frac{dV}{dt} = ?$ (منفی نیمه معین)

↳ با استفاده از رابطهٔ فوق $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{d\theta}{dt} = -\delta \cdot \psi^T \cdot P \cdot e}$

- تطبیق بهرهٔ پیشخور : ← ص ۲۶۱ کتاب

همان مثال ۵-۱ کتاب را در نظر می‌گیریم :



علت اینکه θ را برابر $\frac{k_0}{k}$ نمی‌گیریم اینست که k را نمی‌دانیم،

$$e = [kG(p) \cdot \theta - k_0 G(p)] u_c = k \cdot G(p) \cdot [\theta - \theta^*] u_c$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

معلوم ها : $G(p)$ و k_0 ثابت

مجهول : k ثابت

کنترل کننده : θ

هدف : $e \to 0$

نتیجه : $if\ \theta \to \theta^\circ = \frac{k_0}{k} \Rightarrow y = y_0$

- در رویکرد استفاده از فضای حالت :

$$\bar{e} = X - X_m = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{1m} \\ x_{2m} \\ \vdots \\ x_{n(m)} \end{bmatrix}$$

مدل مرجع

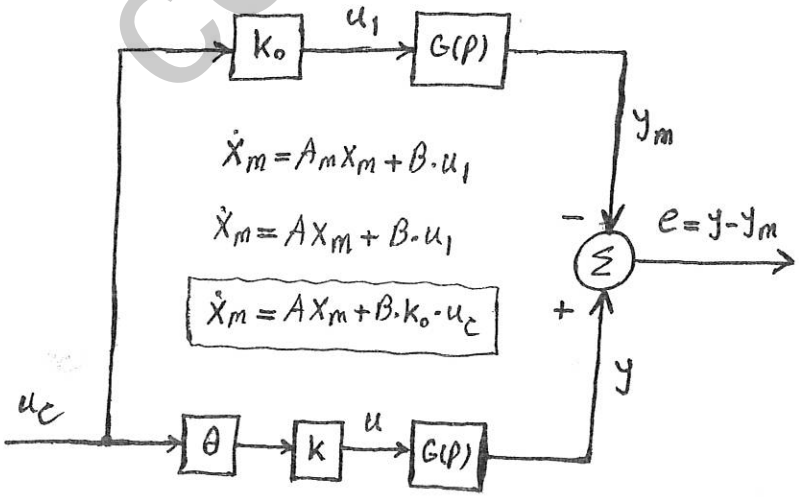
به منظور داشتن $\bar{e}$ در محاسبات تمام متغیرهای حالت باید در دسترس باشند.

- اگر متغیرها موجود باشند، این روش بسیار کارآمد است؛ چون تمام مودهای داخلی سیستم را تحت کنترل دارد و می توان روش های مختلف کنترلی از قبیل کنترل بهینه را به سیستم تطبیق اضافه نمود.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(\theta - \theta^\circ)u_c \\ e = C \cdot x \end{cases}$$ ← رابطه بین پارامتر θ و خطای e

← تابع انتقال :

$$\begin{cases} G(p) = \dot{x} = Ax + Bu \\ \dot{x}_m = A_m x_m + B_m \cdot u_c \end{cases}$$



$$\theta^\circ = \frac{k_0}{k}$$

$$\dot{X} - \dot{X}_m = A(X - X_m) + B(k\theta - k_0)u_c$$

$$\dot{X} - \dot{X}_m = A(X - X_m) + B_k(\theta - \theta^\circ) \cdot u_c$$

$$X = x - x_m$$

$$\dot{X} = A \cdot X + B(k)(\theta - \theta^\circ) \cdot u_c$$

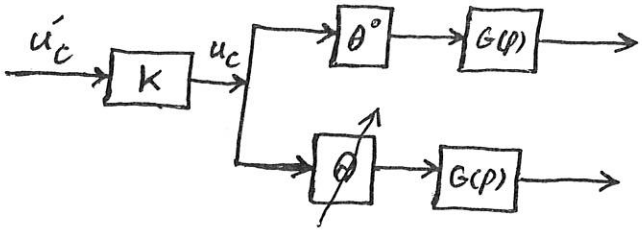
$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ X = AX + B \cdot K \cdot u_c \end{cases}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

$$e \neq \left[X = x - x_m \right]$$

$$e = c \cdot X$$



$$\begin{cases} \boxed{\dot{X} = AX + B(\theta - \theta^\circ) \cdot u_c} & ① \\ \boxed{e = cX} & ② \end{cases}$$

- تابع کاندید لیاپانوف به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$V = \frac{1}{2}\left[\gamma X^T P X + (\theta - \theta^\circ)^2 \right] \longrightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{2}\left[\frac{dX^T}{dt} P X + X^T P \frac{dX}{dt} \right] + (\theta - \theta^\circ)\frac{d\theta}{dt}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{2}\left[(AX + Bu_c(\theta - \theta^\circ))^T \cdot P \cdot X + X^T \cdot P \cdot (AX + Bu_c(\theta - \theta^\circ)) \right] + (\theta - \theta^\circ)\frac{d\theta}{dt} \\ \quad = \frac{-\gamma}{2} X^T \cdot Q \cdot X + (\theta - \theta^\circ) \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} + \gamma \cdot u_c \cdot B^T \cdot P \cdot X \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{if } \frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_c B^T \cdot P \cdot X = -\gamma \cdot u_c B^T \cdot P (X - X_m)$$

← لزوماً $\theta \to \theta^\circ$ میل نمی کند.

$$\Rightarrow \boxed{X \to 0 \Rightarrow e \to 0}$$ چرا؟!

← جواب به دلیل رابطه ②

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = \frac{-\gamma}{2} X^T \cdot Q \cdot X \leq 0}$$

← منفی نیمه معین

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \Longrightarrow \begin{bmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B(\theta - \theta^\circ) \cdot u_c & ① \\ e = cX & ② \end{cases}$$

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

نتیجه بدست آمده : $\frac{d\theta}{dt} = -\delta \cdot u_c \cdot B^T \cdot P \cdot X \xrightarrow{\text{if } B^T P = C} \boxed{\frac{d\theta}{dt} = -\delta \cdot u_c \cdot \overbrace{C \cdot X}^{e} = -\delta \cdot u_c \cdot e}$

* **نتیجه نهایی** : بجای استفاده از $\boxed{e = X = x - x_m}$ از $\boxed{e = y - y_m}$ که فقط به یک خروجی سیستم و خروجی مدل مرجع نیاز دارد، استفاده می کنیم.

* فصل ③ کتاب تا ص ۱۴۵ درس داده شده است.
* فصل ④ کتاب تا ص ۱۷۹ درس داده شده است.
* فصل ⑤ کتاب تا ص ۲۶۳ درس داده شده است.

controlengineers.ir

اختصاصی مهندسی کنترل
controlengineers.ir
@controlengineers

controlengineers.ir